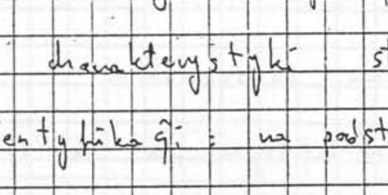
5. Identyfikacja obiektów statycznych

- Identyfikacja parametryczna – określenie parametrów modelu matematycznego obiektu – eksperymentalnie
  - na podstawie danych doświadczalnych należy określić zarówno model matematyczny jak i jego parametry
  - gdy ze względu na złożoność obiektu nie jesteśmy w stanie przeprowadzić analizy matematycznej zjawisk. Obiekt traktowany jako „czarna skrzynka"

- Identyfikacja obiektu statycznego
  - na podstawie serii pomiarów sygnałów wejściowych i wyjściowych (x, y)
  - pomiary są obarczone błędem
  - na podstawie analizy teoretycznej działania układu przewidujemy postać funkcji charakterystyki statycznej np. $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$
  - problem identyfikacji: na podstawie zmierzonych wartości x i y określić współczynniki a_0, a_1 i a_2
  - ponieważ pomiary są obarczone błędem poszukuje się wsp. funkcji tak aby funkcja najlepiej przybliżała zbiór punktów pomiarowych



Zastosowanie metody najmniejszych kwadratów polega na zminimalizowaniu sumy kwadratów odległości wszystkich punktów pomiarowych od wykresu funkcji (minimalizacja sumy kwadratów odchyleń zaobserwowanych wartości od teoretycznych)

1) dla funkcji $y = ax + b$ $\quad T = \sum_{i=1}^{N} [y_i - f(x_i)]^2 \; \sum_{i=1}^{n} [y_i - (a + b x_i)]^2 \to \min$

2) dla dowolnej liczby zmiennych (N)

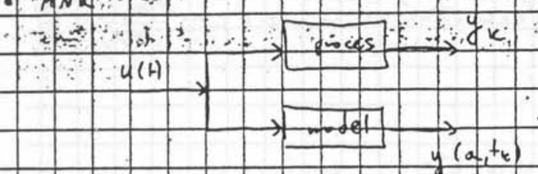
$$a_N = (X_N^T X_N)^{-1} X_N^T Y_N$$

3) dla wielomianu dowolnego stopnia $T = \sum_{i=1}^{n} [y_i - f(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^{n} [y - (a_0 + a_1 x_i + a_2 x_i^2 + \dots + a_n x^n)]^2 \to \min$

rozwiązanie: pochodne cząstkowe przyrównać do zera

Eksperyment identyfikacji parametrów modelu

• MNK



na podstawie pomiarów y_k w kolejnych chwilach czasu próbujemy wyznaczyć parametry $a = [a_1, a_2, \dots a_{n_p}]$

Miarą dokładności jest różnica między odpowiedzią modelu a danymi doświadczalnymi. Różnica ta w metodzie NK wykorzystywana jest do utworzenia f. celu FC:

$$FC_{NK} = \sum_{k=1}^{N} [\underbrace{\varepsilon_k^2}_{\text{błąd pomiarowy}}] = \sum_{k=1}^{N} [y_k - y(a, t_k)]^2 \to \min$$

N - liczba punktów pomiarowych

prosta $y(a,t) = a_0 + a_1 t$ lub wielomian $y(a,t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_{n_p} t^{n_p}$ lub eksponencjalna $y(a,t) = a_1 e^{-a_2 t} + a_3 e^{a_4 t}$ lub inne

• (Metoda Największej Wiarygodności)

- gdy pomiary z różną dokładnością, z błędem Gaussowskim
- większą uwagę przypisuje się pomiarom dokładniejszym, a mniejszą mało dokładnym: $FC_{NW} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\varepsilon_k^2}{\sigma_k^2}$

- warunek konieczny istnienia minimum $\frac{\partial FC}{\partial a} = 0$

• MNK - oczyszczenie z błędów losowych, eliminacja wpływu zakłóceń pomiarowych