

## Podstawowe zasady rachunku błędów

1. Najlepszym przybliżeniem serii  $n$  pomiarów  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  wielkości fizycznej  $X$  jest średnia arytmetyczna

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (\text{str. 23}).$$

2. Błąd bezwzględny  $j$ -tego pomiaru wielkości fizycznej  $X$  jest równy  
 $\delta_j = x_j - \bar{x}$  (str. 24).

3. Błędem względnym  $\delta_w^j$  wartości zmierzonej  $x_j$  nazywamy stosunek błędu bezwzględnego  $\delta_j$  do wartości średniej  $\bar{x}$ , tj.  $\delta_w^j = \frac{\delta_j}{\bar{x}}$ . Błąd względny wyrażony w procentach nazywamy błędem procentowym (str. 25).

4. Średni błąd kwadratowy  $\bar{S}_x$  pojedynczego pomiaru skończonej serii  $n$  pomiarów wielkości fizycznej  $X$  wynosi

$$\bar{S}_x = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (\text{str. 26}).$$

5. Średni błąd kwadratowy  $\bar{S}_{\bar{x}}$  wartości średniej  $\bar{x}$  skończonej serii  $n$  pomiarów wielkości fizycznej  $X$  wynosi

$$\bar{S}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\delta_j)^2}{n(n-1)}} \quad (\text{str. 27}).$$

6 Wartości błędów zaokrąglamy zawsze w górę. Najpierw błędy zaokrąglamy z dokładnością do jednej cyfry znaczącej. Jeżeli wstępne zaokrąglenie powoduje wzrost wartości błędu o więcej niż 10%, zaokrąglamy go z dokładnością do dwóch cyfr znaczących (str. 32).

7. Wyniki pomiarów zaokrąglamy z dokładnością do miejsca, na którym występuje ostatnia cyfra znacząca błędowi (str. 33).

8. Wynik pomiaru zapisujemy w postaci  $\bar{x} \pm \delta$ , gdzie  $\bar{x}$  jest najlepszym przybliżeniem wartości mierzonej, a  $\delta$  jest wartością błędu bezwzględnego pomiaru wielkości  $X$ . Zapisując wynik pomiaru należy podać jednostki układu SI w jakich wielkość została zmierzona (str. 10 i 34).

9. Klasa przyrządu pomiarowego  $kl$  jest to wyrażony w procentach stosunek maksymalnego błędu bezwzględnego  $\Delta x_{\max}$  do zakresu pomiarowego  $Z$  (str. 31)

$$kl = \frac{\Delta x_{\max}}{Z} \cdot 100\% .$$

10. Prawo przenoszenia niezależnych błędów przypadkowych dla wielkości złożonej  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ma postać

$$\delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \delta_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \delta_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m} \delta_m\right)^2}$$

gdzie  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) oznacza wartość pochodnej cząstkowej funkcji

$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m)$  w punkcie  $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)$ , a  $\delta_i$  jest wartością błędu pomiaru  $i$ -tej wielkości  $X_i$ . (str. 37).

11. Prawo przenoszenia błędów systematycznych (skorelowanych) dla wielkości złożonej  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  ma postać

$$\Delta y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1 \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_m} \Delta x_m \right| \quad (\text{str. 39}).$$

12. Jeżeli wielkość mierzona jest wyrażona w postaci iloczynu dowolnych potęg wielkości mierzonych bezpośrednio  $y = cx_1^k \cdot x_2^l \cdot \dots \cdot x_n^m$ , to błąd względny można obliczyć korzystając z metody pochodnej logarytmicznej.

$$\frac{\Delta y}{y} = \left| k \frac{\Delta x_1}{x_1} \right| + \left| l \frac{\Delta x_2}{x_2} \right| + \dots + \left| m \frac{\Delta x_n}{x_n} \right| \quad (\text{str. 43}).$$

13. Jeżeli zmierzono wartości  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  dwóch różnych wielkości fizycznych  $X$  i  $Y$ , o których wiadomo, że są związane ze sobą zależnością liniową, to najlepszym przybliżeniem współczynników  $A$  i  $B$  w równaniu  $y = Ax + B$  jest

$$A = \left[ n \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) \right] \cdot \frac{1}{\Gamma},$$

$$B = \left[ \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^n y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \right] \cdot \frac{1}{\Gamma},$$

gdzie

$$\Gamma = n \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \quad (\text{str. 61, 62}).$$

Wartości  $A$  i  $B$  są obarczone błędami

$$\delta B = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{\Gamma}}, \quad \delta A = \sigma_y \sqrt{\frac{n}{\Gamma}}, \quad \text{gdzie } \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - Ax_i - B)^2}{n-2}}.$$