

Sprawozdanie z laboratorium Podstaw i Algorytmów Przetwarzania Sygnałów

Ćwiczenie wykonał: Karol Kozłowski (132652)	Termin: czwartek 9:15	Prowadzący: Jarosław Lachowski	Ocena:
---	---------------------------------	--	---------------

Ćwiczenie 9: Zera i bieguny

Transformata Z. Obszar zbieżności transformaty. Ciągi przyczynowe i nieprzyczynowe. Ciągi stabilne i niestabilne. Transformata Z a transformata Fouriera. Transmittancja systemu (układu) w postaci zwykłej i sfaktoryzowanej.

Wyznaczyć zera podanych wielomianów (*roots*)

a) $w_1(z) = z^2 - z + \frac{1}{2}$

Odpowiedź: $z_1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i$, $z_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot i$

b) $w_2(z) = z^2 - 2 \cdot z + 2$

Odpowiedź: $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - i$

c) $w_3(z) = z^2 + z + \frac{1}{2}$

Odpowiedź: $z_1 = \frac{-1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i$, $z_2 = \frac{-1}{2} - \frac{1}{2} \cdot i$

d) $w_4(z) = z^2 + 2 \cdot z + 2$

Odpowiedź: $z_1 = -1 + i$, $z_2 = -1 - i$

e) $w_5(z) = z^2 - z \cdot i + \frac{1}{2}$

Odpowiedź: $z_1 = 1.36603i$, $z_2 = 0.36603 \cdot i$

f) $w_6(z) = z^2 - 1.5 \cdot z - 1.5 \cdot z \cdot i + i$

Odpowiedź: $z_1 = 1 + i$, $z_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot i$

Funkcja *roots* przyjmuje jako parametr współczynniki wielomianu jako wektor a zwraca kolumnowy wektor pierwiastków równania. Upraszcza ona obliczanie pierwiastków nawet najprostszych wielomianów.

Wyznaczyć współczynniki podanych wielomianów (*poly*)

a) $w_1(z)=?$ dla $z_1=0,5+0,5\cdot i$, $z_2=0,5-0,5\cdot i$

Odpowiedź: $w(z)=z^2-z+\frac{1}{2}$

b) $w_2(z)=?$ dla $z_1=1+i$, $z_2=1-i$

Odpowiedź: $w(z)=z^2-2\cdot z+2$

c) $w_3(z)=?$ dla $z_1=-0,5+0,5\cdot i$, $z_2=-0,5-0,5\cdot i$

Odpowiedź: $w(z)=z^2+z+\frac{1}{2}$

d) $w_4(z)=?$ dla $z_1=-1+i$, $z_2=-1-i$

Odpowiedź: $w(z)=z^2+2\cdot z+2$

e) $w_5(z)=?$ dla $z_1=0,5+0,5\cdot i$, $z_2=-0,5+0,5\cdot i$

Odpowiedź: $w(z)=z^2-i\cdot z-\frac{1}{2}$

f) $w_6(z)=?$ dla $z_1=0,5+0,5\cdot i$, $z_2=1+i$

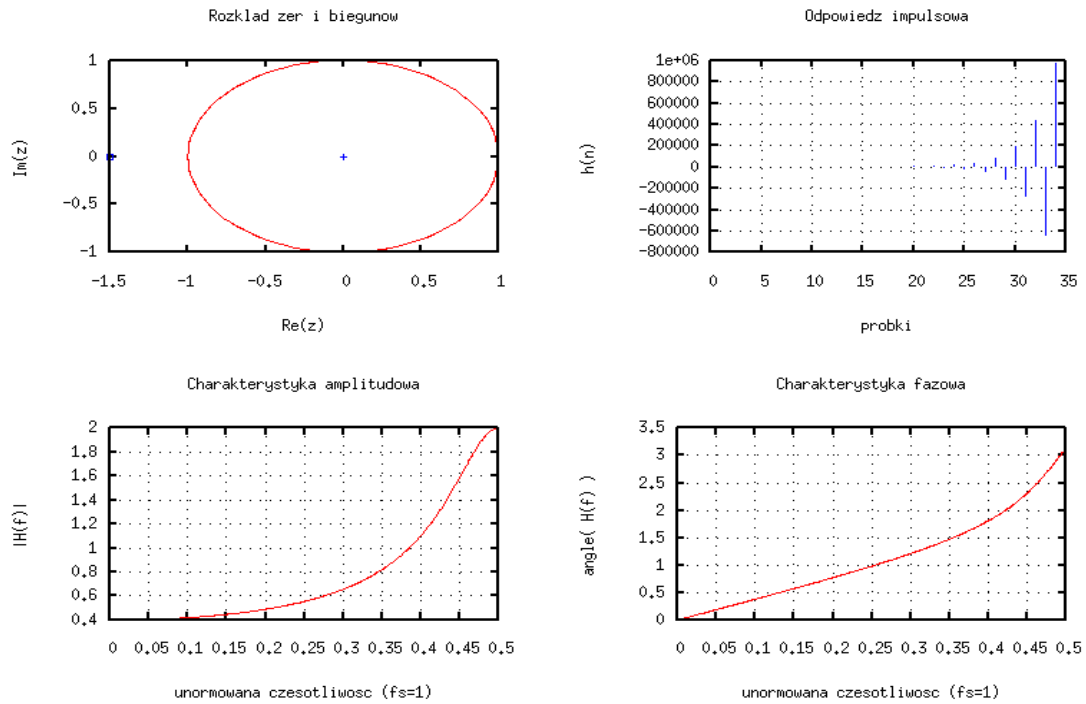
Odpowiedź: $w(z)=z^2+(-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\cdot i)\cdot z+i$

Funkcja *poly* przyjmuje jako parametr wektor pierwiastków równania a zwraca wektor współczynników wielomianu.

Zbadać wpływ położenia pojedynczego bieguna leżącego na osi rzeczywistej na przebieg sygnału

Analiza poniższych wykresów ma na celu sprawdzenie teoretycznego wpływu położenia biegunów transmitancji na stabilność układu. Jeżeli biegun znajduje się poza kołem jednostkowym układ jest niestabilny.

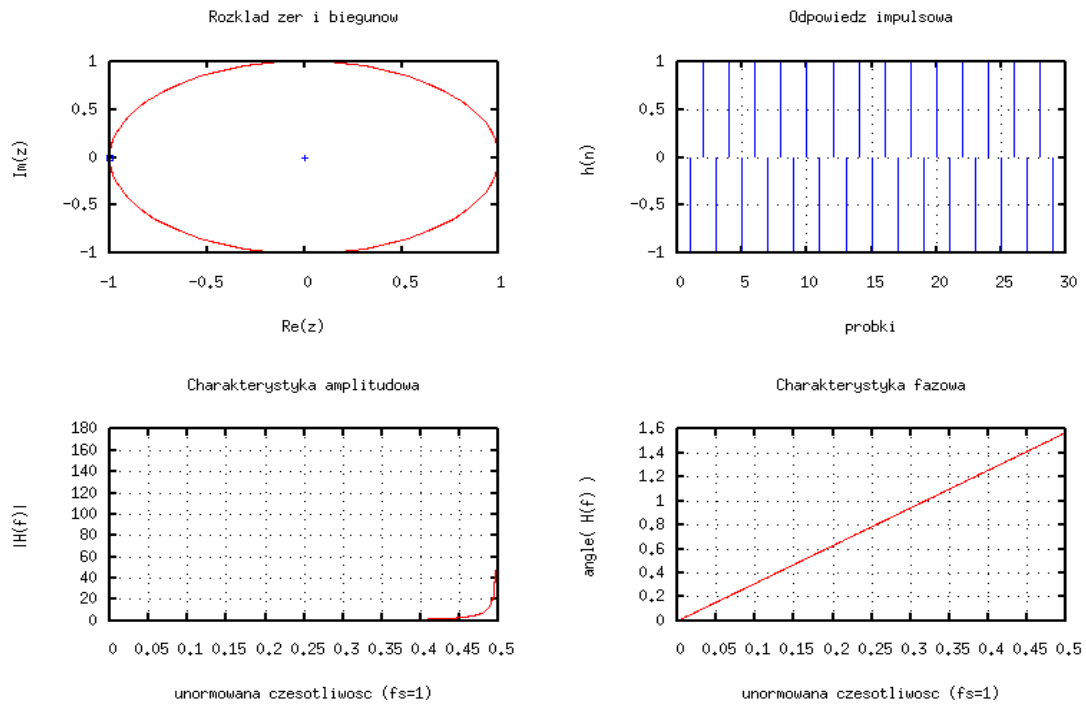
a) $\Re\{z_o\} < -1$



Wykres 1: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki dla $z_1 = -\frac{3}{2}$

Układ jest niestabilny, $y_i(t) \rightarrow \infty$ (oscylacyjnie).

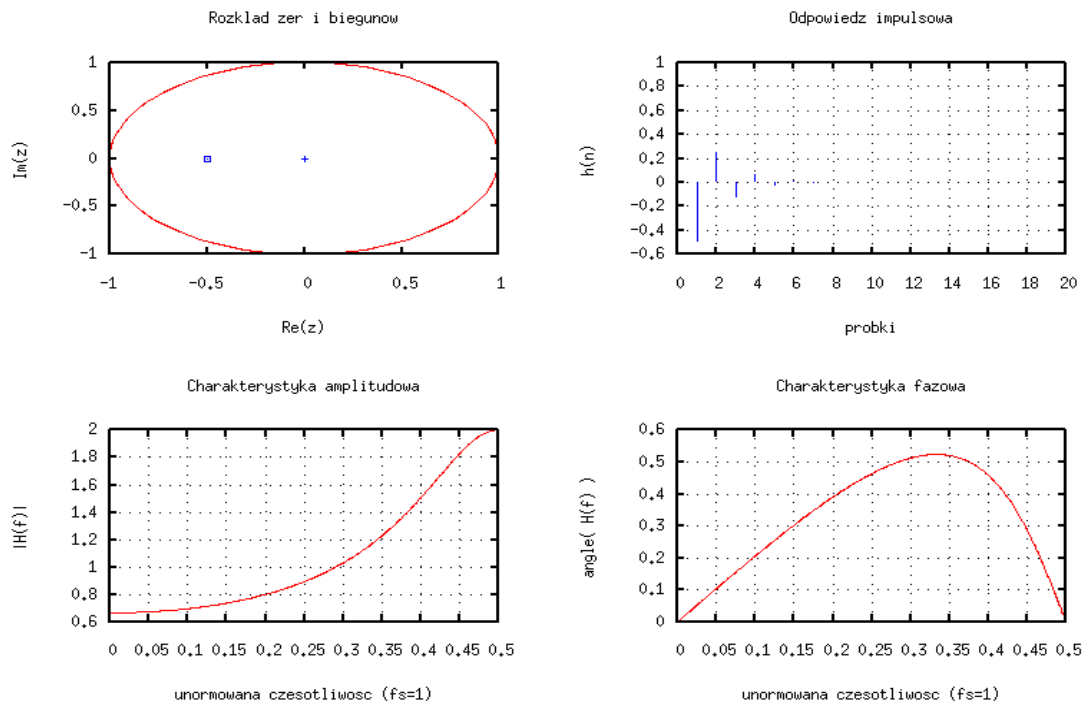
b) $\Re\{z_o\} = -1$



Wykres 2: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki dla $z_1 = -1$

Układ jest na granicy stabilności, $y_i(t) \rightarrow const$.

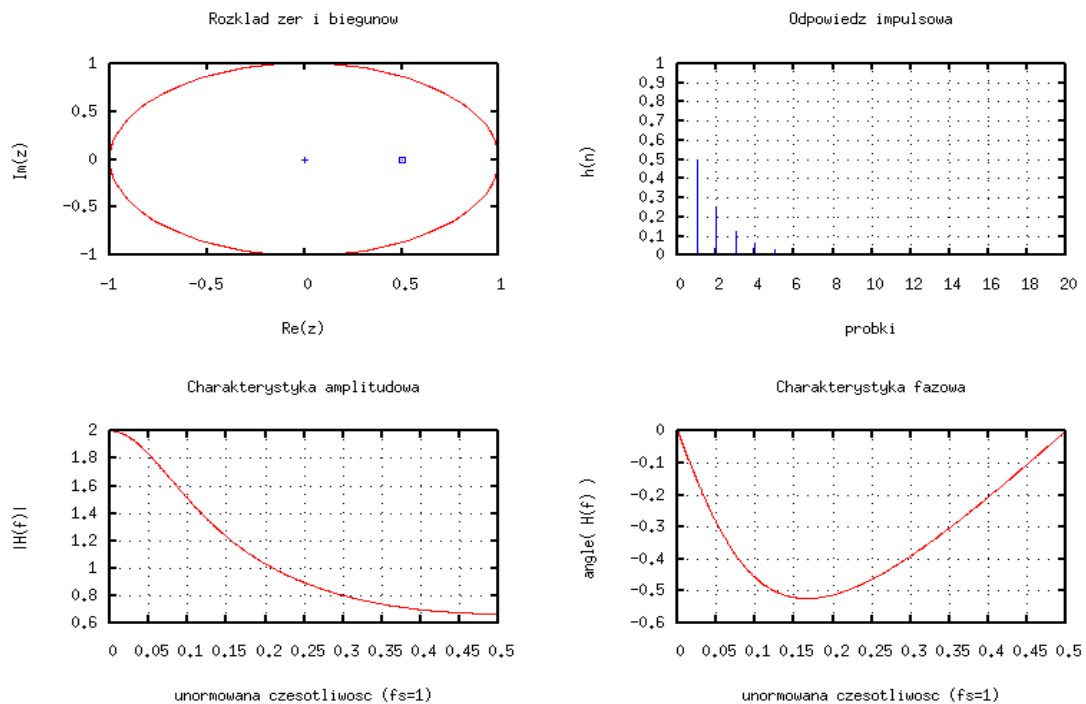
c) $-1 < \Re\{z_o\} < 0$



Wykres 3: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki dla $z_1 = -\frac{1}{2}$

Układ jest stabilny, $y_i(t) \rightarrow 0$ (oscylacyjnie).

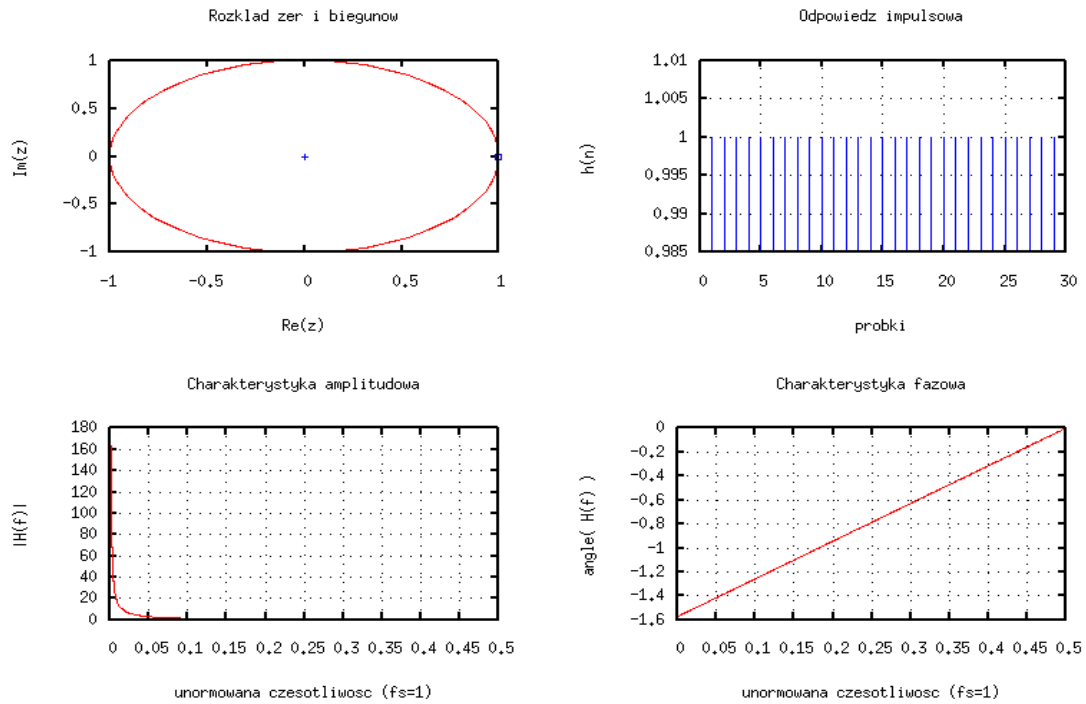
d) $0 < \Re\{z_o\} < 1$



Wykres 4: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki dla $z_1 = \frac{1}{2}$

Układ jest stabilny, $y_i(t) \rightarrow 0$.

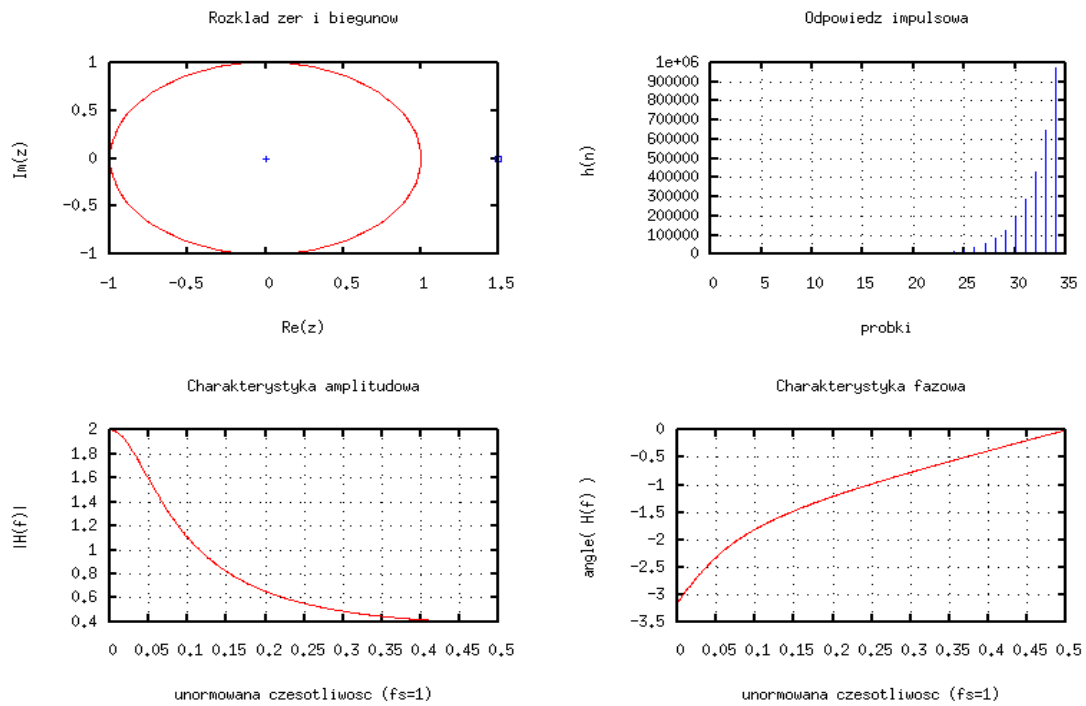
e) $\Re\{z_o\}=1$



Wykres 5: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki dla $z_1=1$

Układ jest na granicy stabilności, $y_i(t) \rightarrow \text{const}$.

f) $\Re\{z_o\}>1$

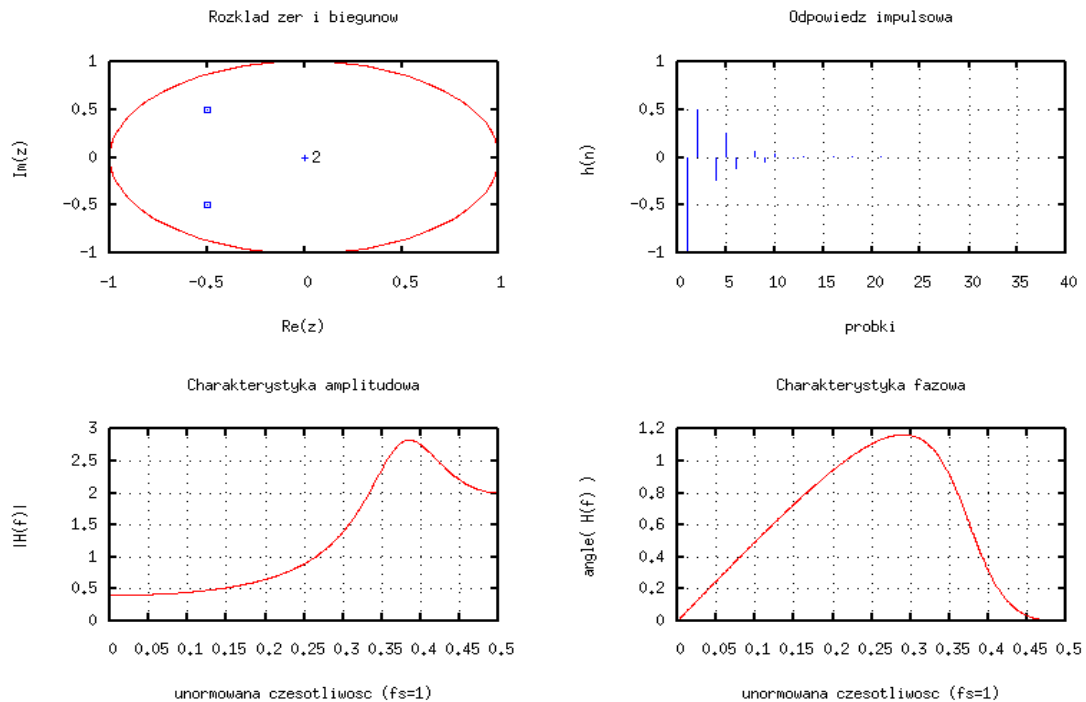


Wykres 6: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki dla $z_1=\frac{3}{2}$

Układ jest niestabilny, $y_i(t) \rightarrow \infty$.

Zbadać wpływ położenia pary sprzężzonych biegunów na przebieg sygnału.

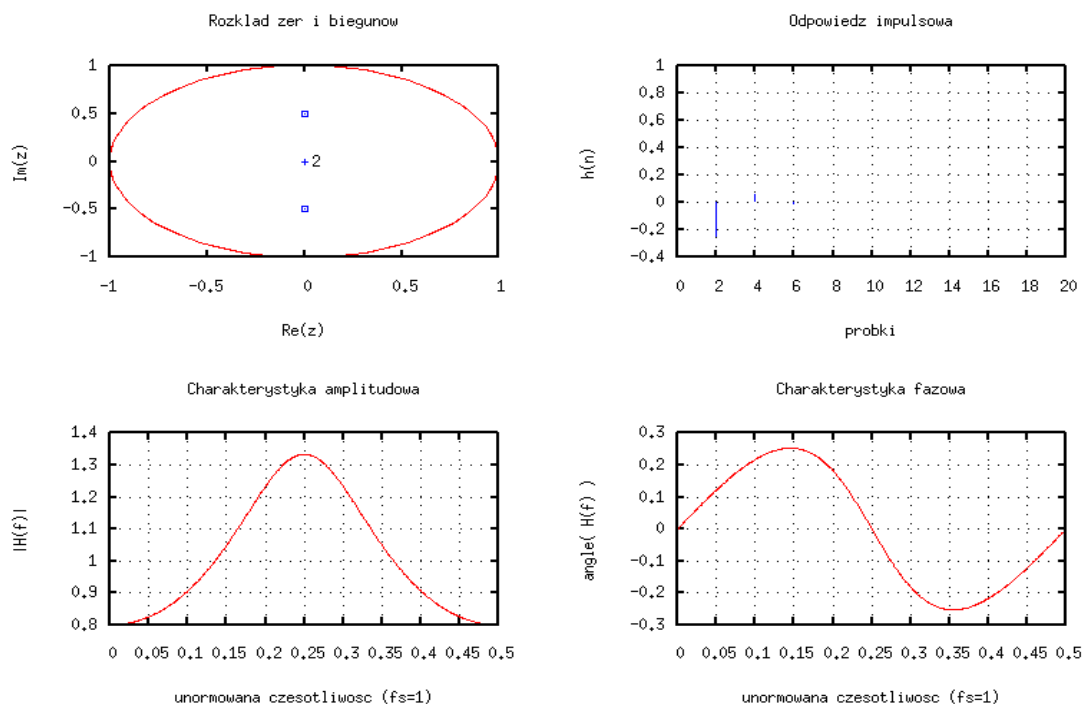
a) wewnątrz koła jednostkowego $\Re\{z_1, z_2\} < 0$ ($z_1 = -0,5 - j \cdot 0,5$, $z_2 = -0,5 + j \cdot 0,5$)



Wykres 7: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest stabilny, $y_i(t) \rightarrow 0$ (oscylacyjnie).

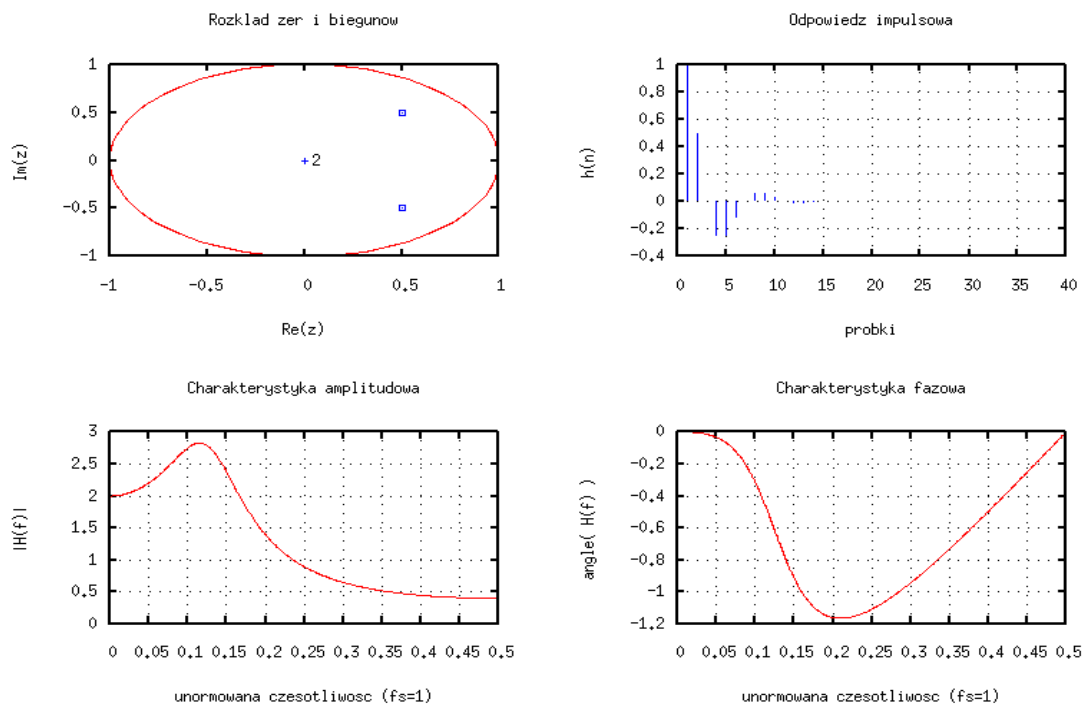
b) wewnątrz koła jednostkowego $\Re\{z_o\} = 0$ ($z_1 = -j \cdot 0,5$, $z_2 = j \cdot 0,5$)



Wykres 8: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest stabilny, $y_i(t) \rightarrow 0$ (oscylacyjnie).

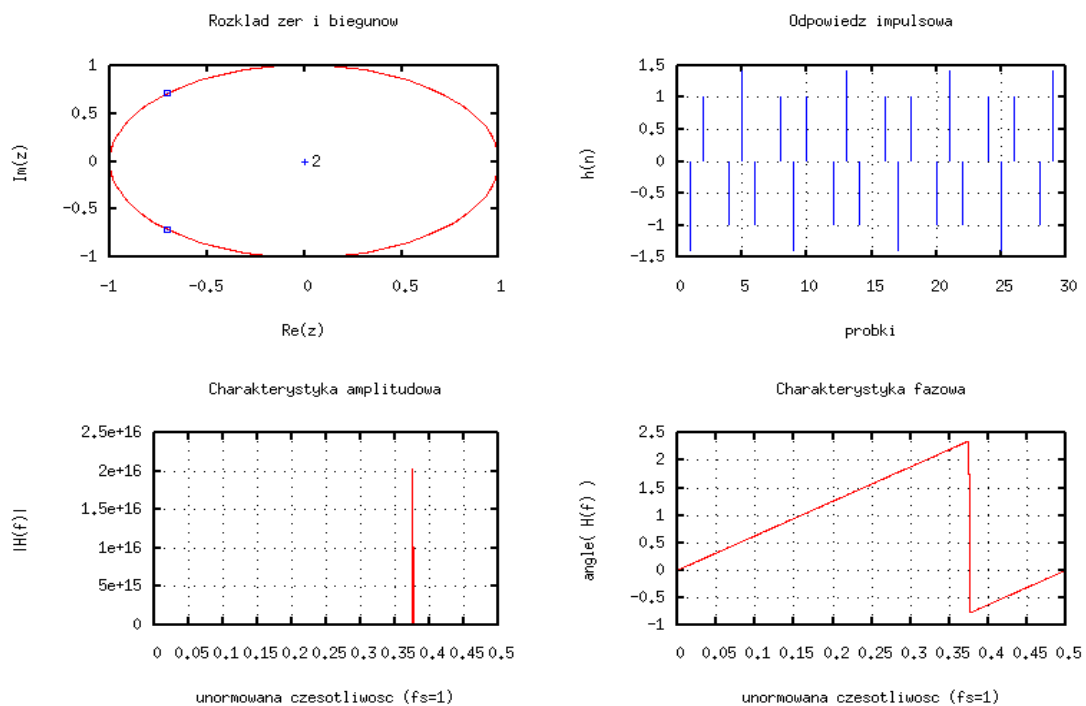
c) wewnątrz koła jednostkowego $\Re\{z_1, z_2\} > 0$ ($z_1 = 0,5 - j \cdot 0,5$, $z_2 = 0,5 + j \cdot 0,5$)



Wykres 9: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest stabilny, $y_i(t) \rightarrow 0$ (oscylacyjnie).

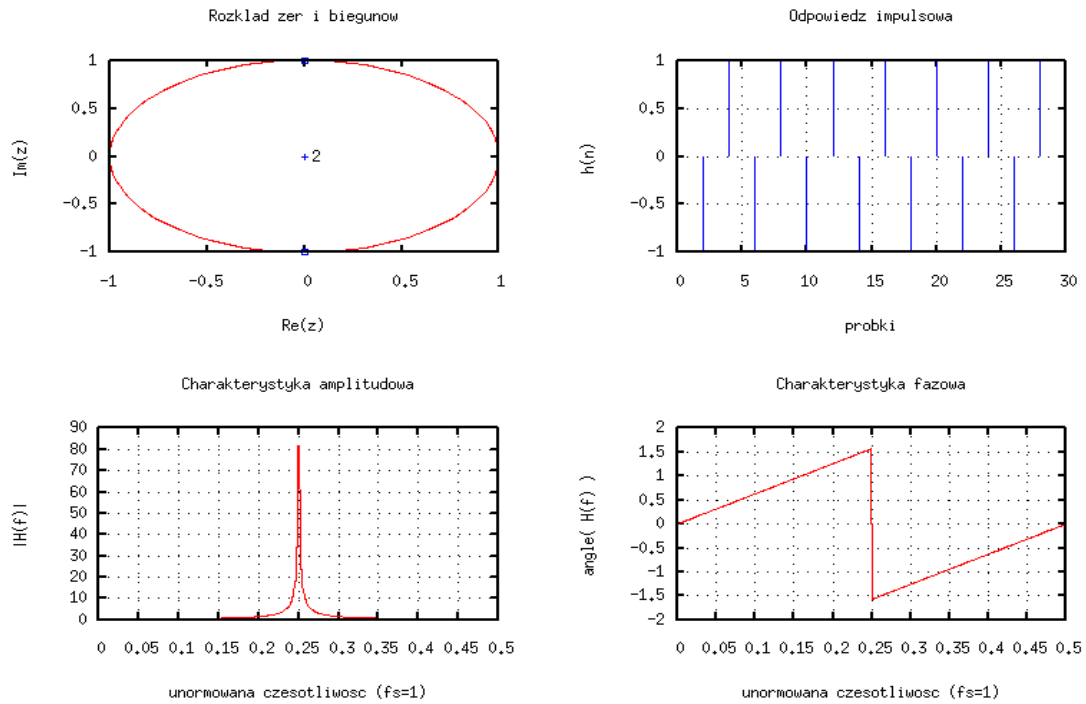
d) na okręgu jednostkowym $\Re\{z_1, z_2\} < 0$ ($z_1 = -0,5 - j \cdot 0,5$, $z_2 = -0,5 + j \cdot 0,5$)



Wykres 10: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest na granicy stabilności, $y_i(t)$ oscyluje, nie ma granicy w $t \rightarrow \infty$.

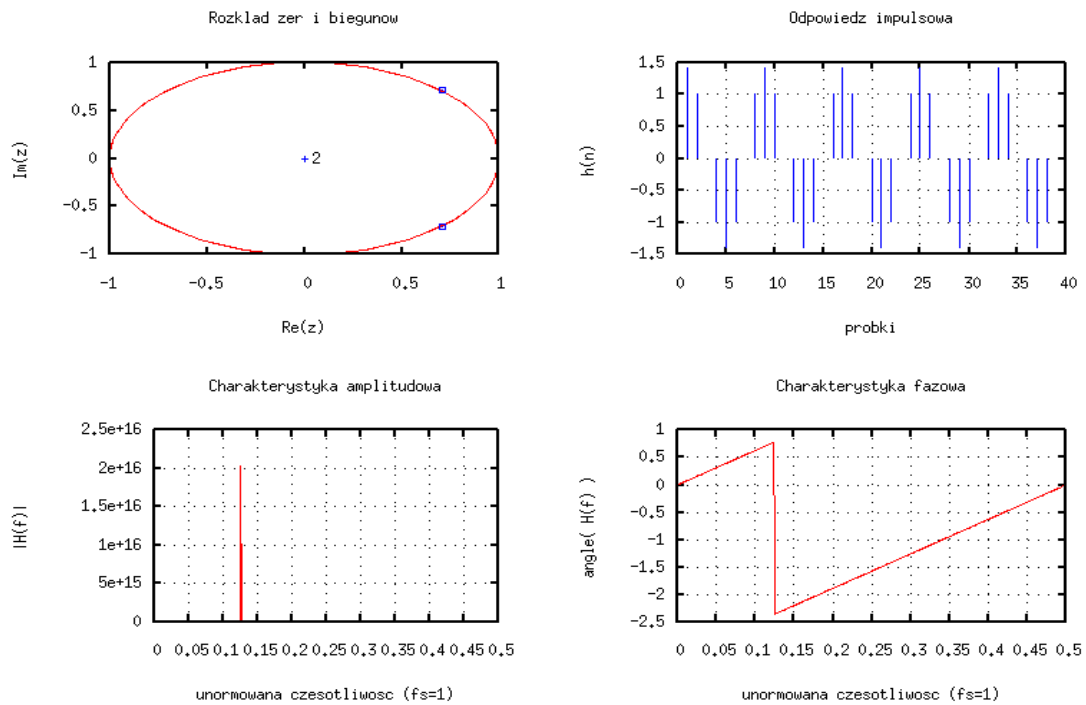
e) na okręgu jednostkowym $\Re\{z_o\}=0$ ($z_1=-0,5-j\cdot 0,5$, $z_1=-0,5+j\cdot 0,5$)



Wykres 11: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest na granicy stabilności, $y_i(t)$ oscyluje, nie ma granicy w $t \rightarrow \infty$.

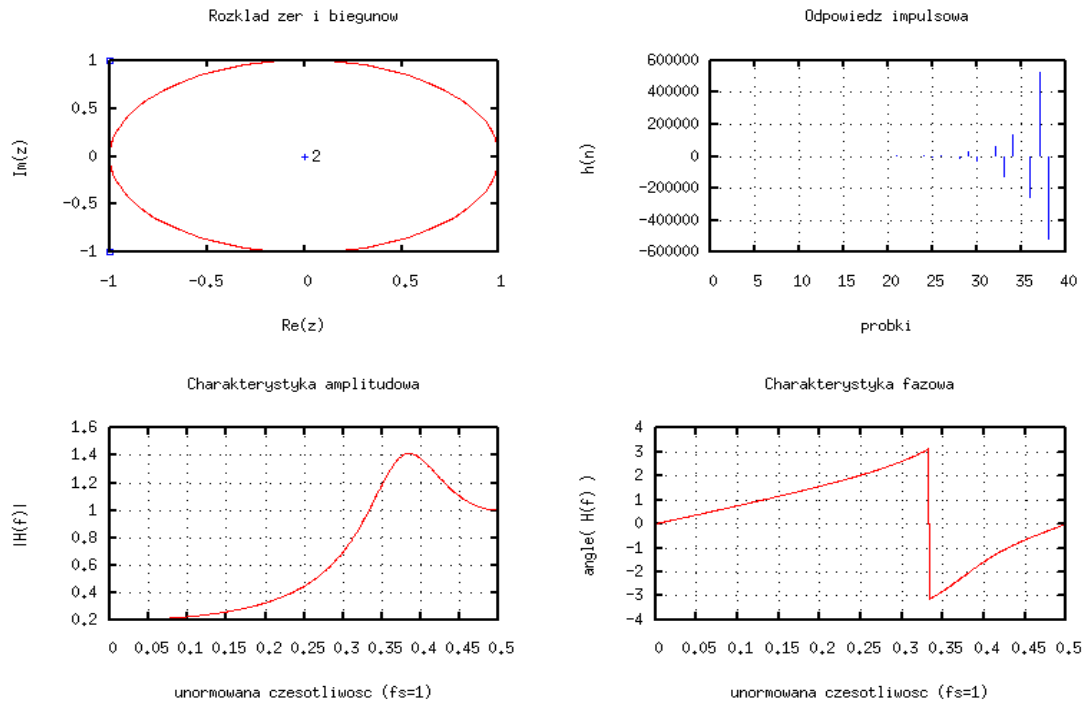
f) na okręgu jednostkowym $\Re\{z_1, z_2\} > 0$ ($z_1=-0,5-j\cdot 0,5$, $z_1=-0,5+j\cdot 0,5$)



Wykres 12: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest na granicy stabilności, $y_i(t)$ oscyluje, nie ma granicy w $t \rightarrow \infty$.

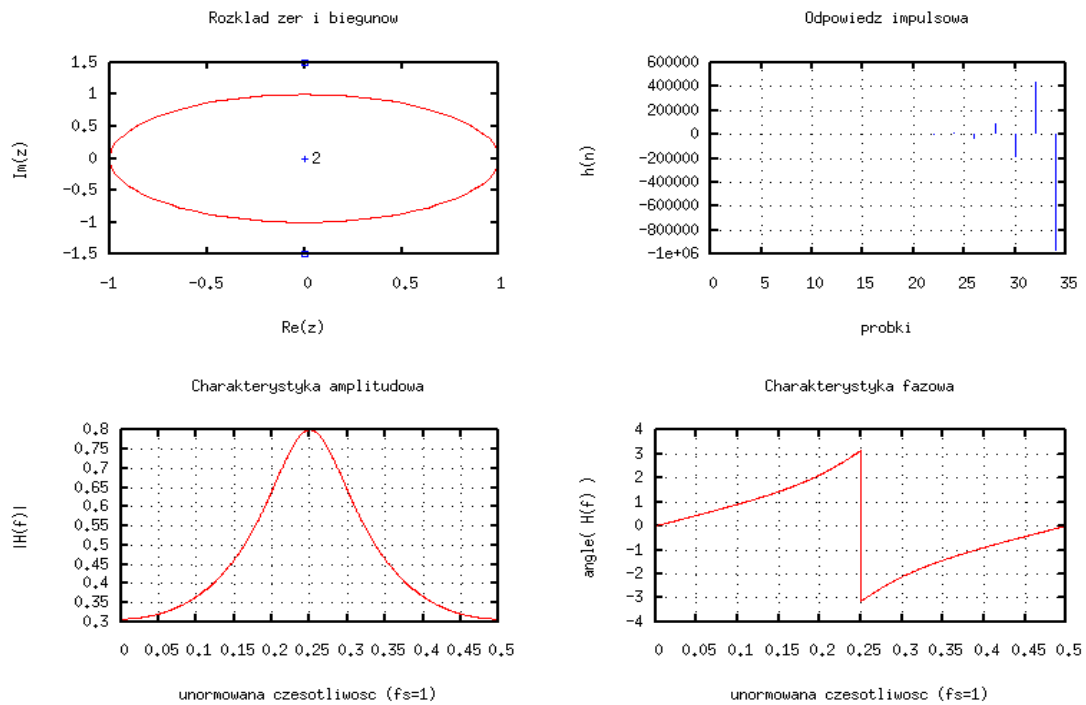
g) na zewnątrz koła jednostkowego $\Re\{z_1, z_2\} < 0$ ($z_1 = -0,5 - j \cdot 0,5$, $z_2 = -0,5 + j \cdot 0,5$)



Wykres 13: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest niestabilny, $y_i(t) \rightarrow \infty$ (oscylacyjnie).

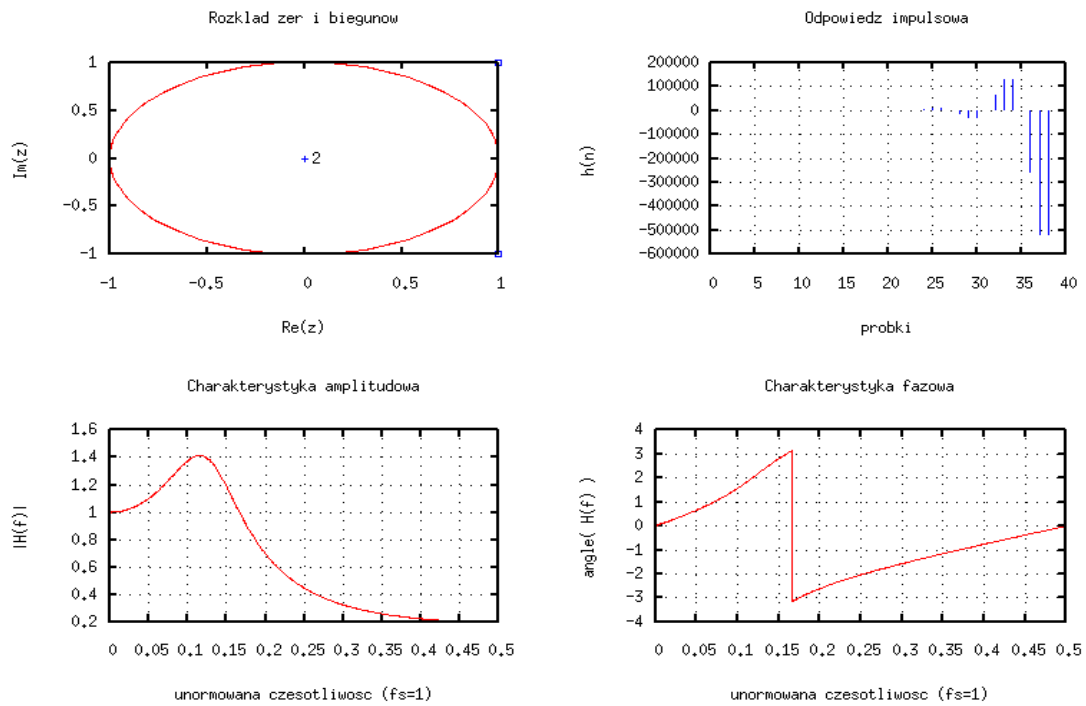
h) na zewnątrz koła jednostkowego $\Re\{z_o\} = 0$ ($z_1 = -0,5 - j \cdot 0,5$, $z_2 = -0,5 + j \cdot 0,5$)



Wykres 14: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

Układ jest niestabilny, $y_i(t) \rightarrow \infty$ (oscylacyjnie).

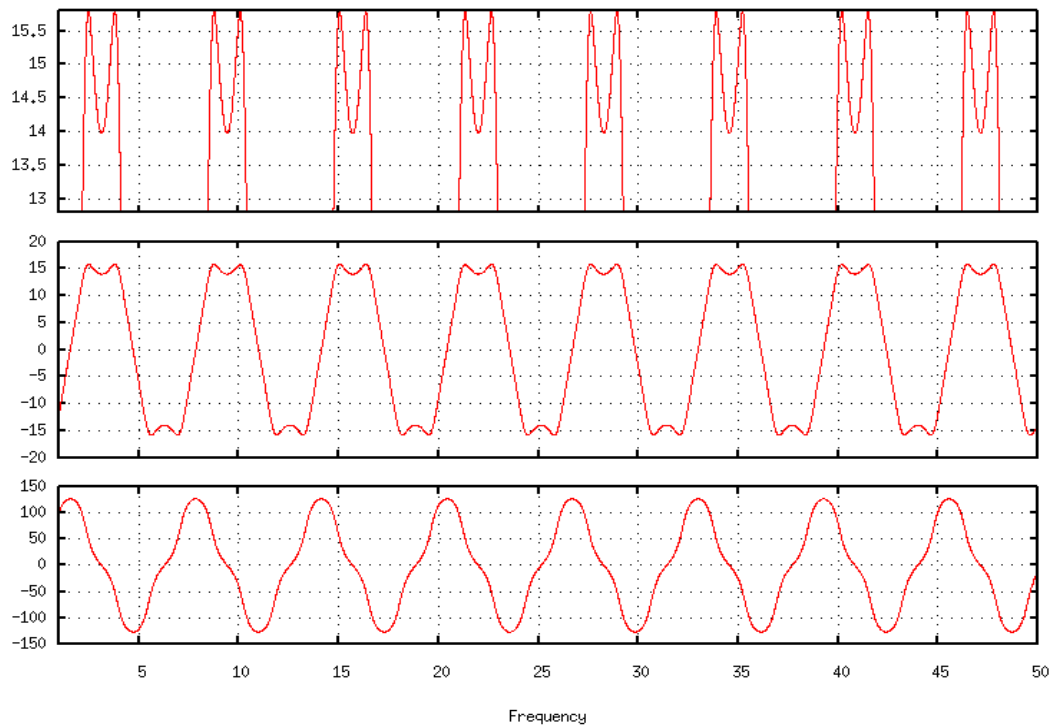
i) na zewnątrz koła jednostkowego $\Re\{z_1, z_2\} > 0$ ($z_1 = 1 - j$, $z_2 = 1 + j$)



Wykres 15: Rozkład zer, odpowiedź impulsowa i charakterystyki częstotliwościowe

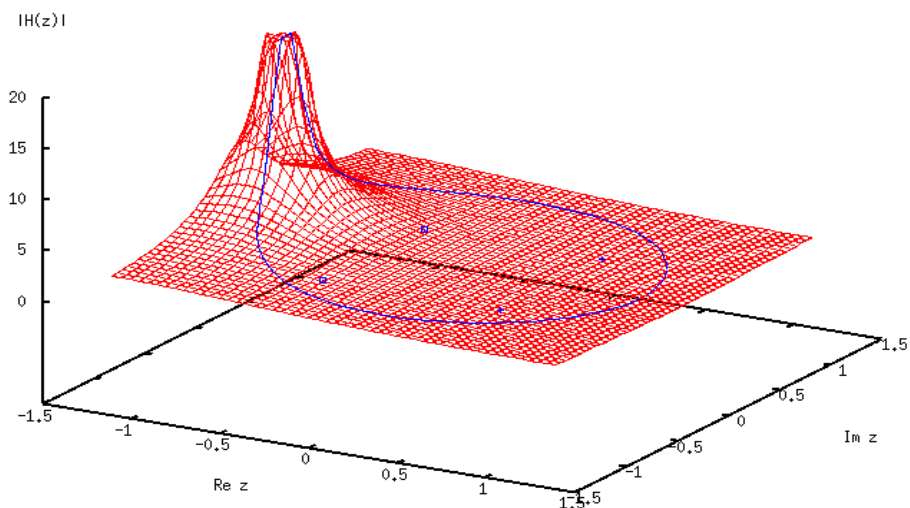
Układ jest niestabilny, $y_i(t) \rightarrow \infty$ (oscylacyjnie).

Wyznaczyć charakterystykę częstotliwościową układu, którego transmitancja opisana jest zależnością: $H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{z^2 - z + 0,5}{z^2 + z + 0,5}$



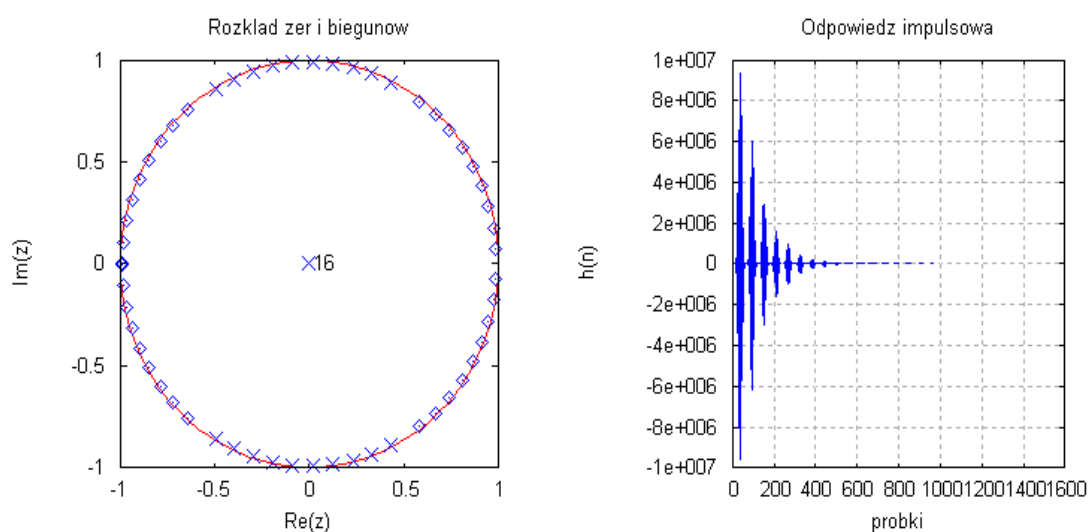
Wykres 16: Pasma przepustowe, zaporowe i faza układu $H(z)$

wykres wykonany poleceniem `freqz([1 -1 0.5],[1 1 0.5],1:0.001:50)`.

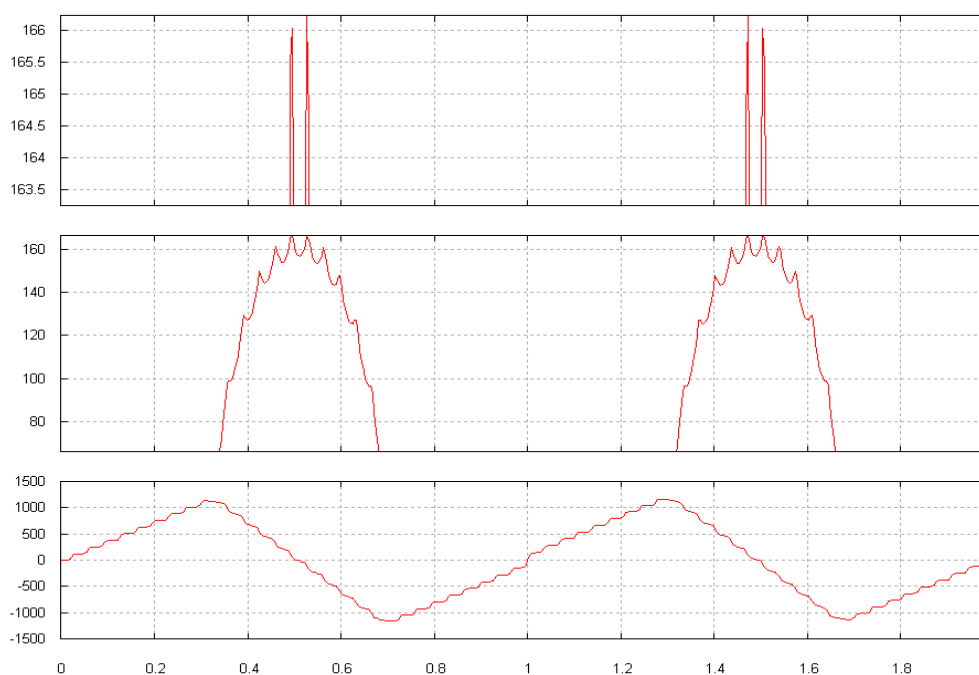


Wykres 17: Wykres modułu transmitancji układu $H(z)$

Zaprojektować filtr pasmowo przepustowy $\Delta f = 20 - 40 [Hz]$ dla $f_s = 120 [Hz]$.



Wykres 18: Rozkład zer i biegunów oraz odpowiedź impulsowa filtru.



Wykres 19: Pasma przepustowe, zaporowe i faza filtru

Na powyższych wykresach przedstawione są charakterystyki zaprojektowanego przeze mnie filtra. Z ich analizy wynika, że założenia projektowe zostały spełnione – filtr jest stabilny i jest pasmowo przepustowy w założonych granicach. Filtr generowany jest za pomocą skryptu, który znajduje się na następnej stronie tego sprawozdania. Został on napisany tak, że można nim wykonać różne filtry w zależności od parametrów.

Skrypt wyświetlający powyższe wykresy:

```
f1 = 20;
f2 = 40;
fs = 120;
n = 10;

r = 0.99;
r0 = 0;
r1 = 2 * pi * f1 / fs;
r2 = 2 * pi * f2 / fs;
r3 = pi;

d = pi / (n - 1);
phi = pi / 2;

b = r1 : d : r2;
z = [r0 : d : r1 - d, r2 + d : d : r3];

bieg = r * [sin(b-phi)+i*cos(b-phi)];
zera = r * [sin(z-phi)+i*cos(z-phi)];

bieg=[bieg, conj(bieg)];
zera=[zera, conj(zera)];

b = poly(zera);
a = poly(bieg);

subplot(1,2,1);
clg;
title('Rozklad zer i biegunow')
xlabel('Re(z)');
ylabel('Im(z)');
axis("square");
zplane([b],[a]);

subplot(1,2,2);
clg;
axis("normal");
[x, t] = impz([b],[a]);
title('Odpowiedz impulsowa');
xlabel('probki');
ylabel('h(n)');
grid "on";
plot(t,x,'b^');
legend "off"

pause
oneplot;
clg;
freqz([b],[a]);
```