

Zadania z przedmiotu Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna

Lista 3

1. Komputer dodaje 10^5 liczb i zaokrągla z dokładnością 10^{-12} . Załóż, że błędy zaokrągleń są niezależne i mają rozkład jednostajny. Oblicz prawdopodobieństwo, że błąd sumy będzie mniejszy od 10^{-9} .
2. Samolot zabiera 80 osób. Zakładając, że waga pasażerów ma pewien rozkład o wartości oczekiwanej $80kg$ i wariancji $10kg^2$ oszacować, za pomocą nierówności Czebyszewa prawdopodobieństwo tego, że łączna waga pasażerów przekroczy 8000kg.
3. Zmienna losowa X ma rozkład dyskretny o funkcji prawdopodobieństwa

$$P(k) = P(X = k) = 2^{-k} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

Obliczyć rozkład zmiennej losowej $Y = \sin(\frac{\pi}{2}X)$.

4. Obliczyć współczynnik korelacji między zmiennymi losowymi X i Y o łącznej gęstości prawdopodobieństwa

$$f(x, y) = \begin{cases} x + y & 0 < x < 1 \quad 0 < y < 1 \\ 0 & \text{poza} \end{cases} \quad (2)$$

oraz podać jego interpretację.

5. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma rozkład dyskretny dany wartościami $P(X = 1, Y = 1) = P(X = 1, Y = 2) = P(X = 2, Y = 2) = \frac{1}{3}$. Znaleźć rozkłady brzegowe oraz obliczyć współczynnik korelacji.
6. Dwuwymiarowa zmienna losowa (X, Y) ma gęstość

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y} & x > 0 \quad y > 0 \\ 0 & \text{poza} \end{cases} \quad (3)$$

Obliczyć $P(1 < X < 2, 1 < Y < 2)$. Znaleźć dystrybuantę i obliczyć współczynnik korelacji.

7. Zmienna losowa X ma rozkład wykładniczy o gęstości

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ e^{-x} & x > 0 \end{cases} \quad (4)$$

Wyznaczyć rozkład $h(y)$ zmiennej $Y = \sqrt{X}$.

8. Zmienna losowa X ma rozkład $N(1, 2)$. Związek zmiennej losowej X i Y jest typu

$$y = \begin{cases} 2x + 1 & -\infty < x < -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \\ 4x^2 & 0 < x \leq 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases} \quad (5)$$

Obliczyć $h(y)$ i narysować wykres.

9. Dwuwymiarowy wektor losowy (X, Y) ma gęstość $f(x, y)$. Znaleźć gęstość następujących zmiennych:

a) $Z_1 = X + Y$ b) $Z_2 = X - Y$

c) $Z_3 = X * Y$ d) $Z_4 = \frac{X}{Y}$

10. Wyznaczyć funkcję charakterystyczną i na jej podstawie wartość średnią dla:

a) rozkładu Bernoulliego b) rozkładu jednostajnego

c) rozkładu dwupunktowego.