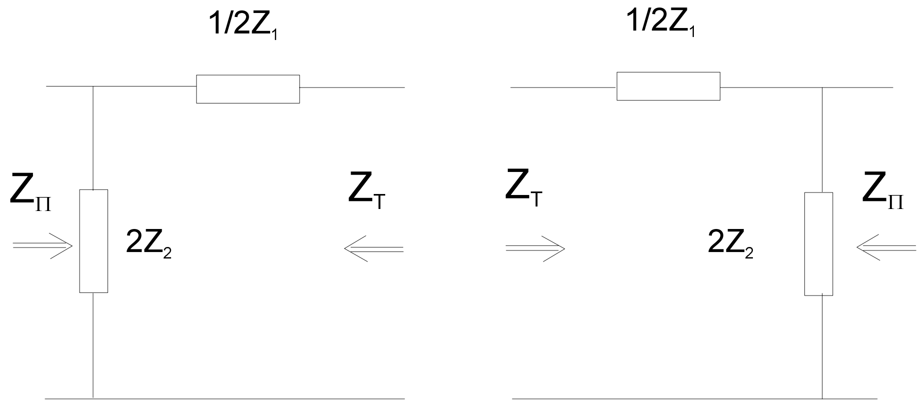
Filtry typu k

Ogniwa podstawowe Γ i ˥



$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_1}{2} \\ \frac{1}{2Z_2} & 1+\frac{Z_1}{4Z_2} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1+\frac{Z_1}{4Z_2} & \frac{Z_1}{2} \\ \frac{1}{2Z_2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2\left(1+\frac{Z_1}{4Z_2}\right)} \qquad Z_\Pi = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1+\frac{Z_1}{4Z_2}}}$$

Filtry spełniające warunek filtrów typu k:

$$Z_T Z_\Pi = Z_1 Z_2 = k^2$$

Można wykazać, że iloczyn impedancji charakterystycznych Z_T i Z_Π tego samego ogniwa typu Γ jest także równy k^2.

$$\gamma = \frac{1}{2}\ln\frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} \qquad A = \mathrm{ch}\gamma = \sqrt{1+\frac{Z_1}{4Z_2}}$$

$\mathrm{ch}\, 2x = \mathrm{ch}^2 x + \mathrm{sh}^2 x = \mathrm{ch}^2 x + \mathrm{ch}^2 x - 1 = 2\, \mathrm{ch}^2 x - 1$

$\mathrm{ch}\, 2\gamma = 2\, \mathrm{ch}^2 \gamma - 1 = 2 + Z_1 / 2 Z_2 - 1 = 1 + Z_1 / 2 Z_2 = \mathrm{ch}\, \gamma_{T,\Pi}$

Częstotliwość unormowana Ω:

$$\Omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{X_1}{X_2}} \quad , \quad \Omega^2 = \frac{X_1}{4X_2}$$

Pasmo przepustowe

$$\mathrm{ch}\, \gamma_{T,\Pi} = 1 - 2\Omega^2 = \cos b = \in(-1, +1)$$

$$-1 \leq 1 - X_1/2X_2 \leq 1$$

$$-2 \leq -X_1/2X_2 \leq 0$$

$$1 \geq X_1/4X_2 \geq 0$$

$$1 \geq \Omega \geq 0$$

Pasmo zaporowe

$$\mathrm{ch}\, \gamma_{T,\Pi} = \mathrm{ch}\, a \cos b + j\, \mathrm{sh}\, a \sin b \qquad b = \pm\pi$$

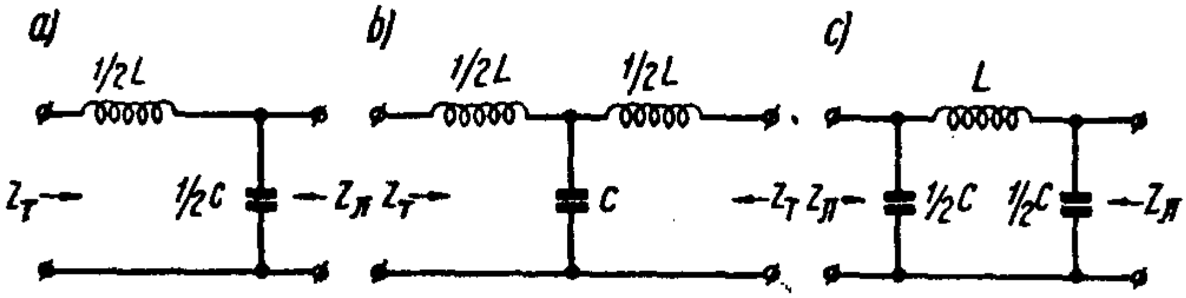
$-\mathrm{ch}\, \gamma_{T,\Pi} = 1 - 2\Omega^2$ Ponieważ $\Omega \in (1, \infty)$:

$$\mathrm{ch}\, a = 2\Omega^2 - 1$$

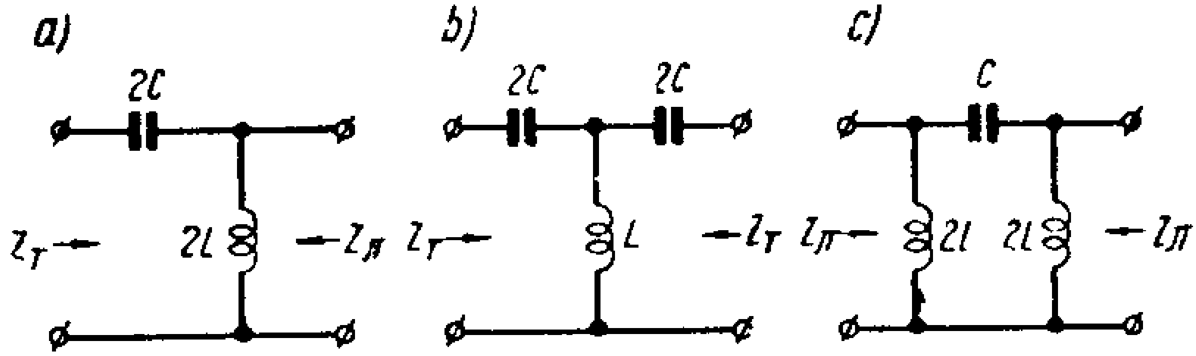
Impedancja falowa w funkcji k **i** Ω **:**

$$Z_T = k\sqrt{1 - \Omega^2} \qquad Z_\pi = \frac{k}{\sqrt{1 - \Omega^2}}$$

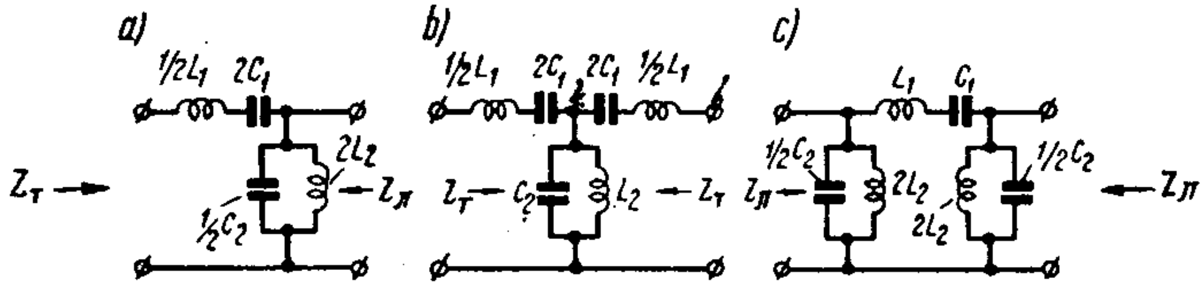
Ogniwa filtrów reaktancyjnych typu *k*



Rys.1. Ogniwa dolnoprzepustowe filtrów biernych



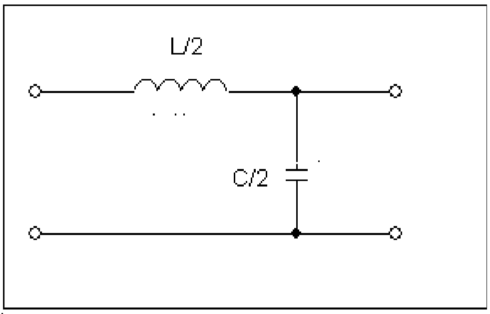
Rys.2. Ogniwa górnoprzepustowe filtrów biernych



Rys.3. Ogniwa pasmowoprzepustowe filtrów biernych

Projektowanie filtrów typu *k*

Filtr dolnoprzepustowy



$$k = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$\Omega^2 = \omega^2$ L C / 4

Dla $\Omega = 1$ otrzymuje się ω_0 :

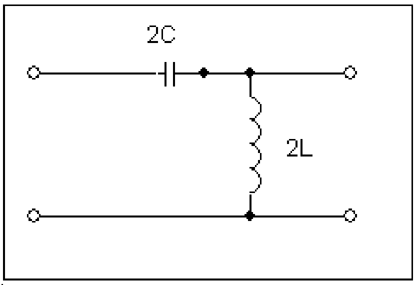
$$\omega_0 = \frac{2}{\sqrt{LC}} \qquad f_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$

$$L = \frac{2k}{\omega_0} \qquad C = \frac{2}{k\omega_0}$$

$\Omega = \omega / \omega_0$, $\Omega = f / f_0$

ch a = $2 (f / f_0)^2 - 1$ cos b = $1 - 2 (f / f_0)^2$

Filtr górnoprzepustowy



$$k = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$\Omega^2 = \dfrac{1}{4LC\omega^2}$ dla $\Omega = 1$ otrz. ω_0 :

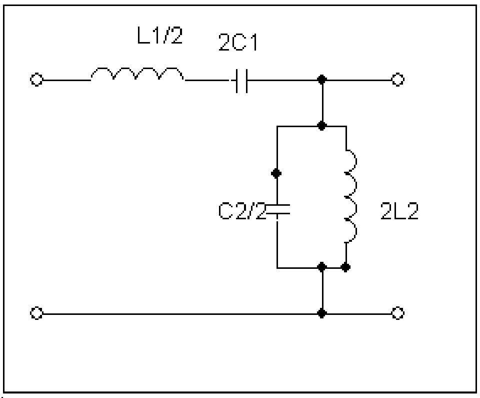
$$\omega_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}, \qquad f_0 = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$$

$$L = \frac{k}{2\omega_0} \qquad C = \frac{1}{2k\omega_0}$$

$\Omega = \omega_0 / \omega$, $\Omega = f_0 / f$

ch a = $2 (f_0 / f)^2 - 1$ cos b = $1 - 2 (f_0 / f)^2$

Filtr środkowoprzepustowy



$$X_1 = \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}$$

$$X_2 = -\frac{\omega L_2 \frac{1}{\omega C_2}}{\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}}$$

$$k^2 = \frac{L_2}{C_1}\frac{1-\omega^2 L_1 C_1}{1-\omega^2 L_2 C_2}$$ jeżeli : $L_1C_1 = L_2C_2$ to $k = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$

$$\Omega = \frac{\omega^2 L_1 C_1 - 1}{2\omega\sqrt{L_2 C_1}}$$ podstawiając $\Omega = 1$ oraz $\Omega = -1$ otrzymuje się :

$$\omega^2 L_1 C_1 - 2\omega\sqrt{L_2 C_1} - 1 = 0$$
$$\omega^2 L_1 C_1 + 2\omega\sqrt{L_2 C_1} - 1 = 0$$

$$\Delta = 4\,L_2\,C_1 + 4\,L_1\,C_1$$

$$\omega_{02} = \frac{2\sqrt{L_2 C_1} + 2\sqrt{L_2 C_1 + L_1 C_1}}{2 L_1 C_1} \qquad \omega_{01} = \frac{-2\sqrt{L_2 C_1} + 2\sqrt{L_2 C_1 + L_1 C_1}}{2 L_1 C_1}$$

$$\omega_{01}\,\omega_{02} = \frac{1}{L_1 C_1} = \omega_0^2$$

$$L_1 = \frac{k}{\pi(f_{02} - f_{01})}$$

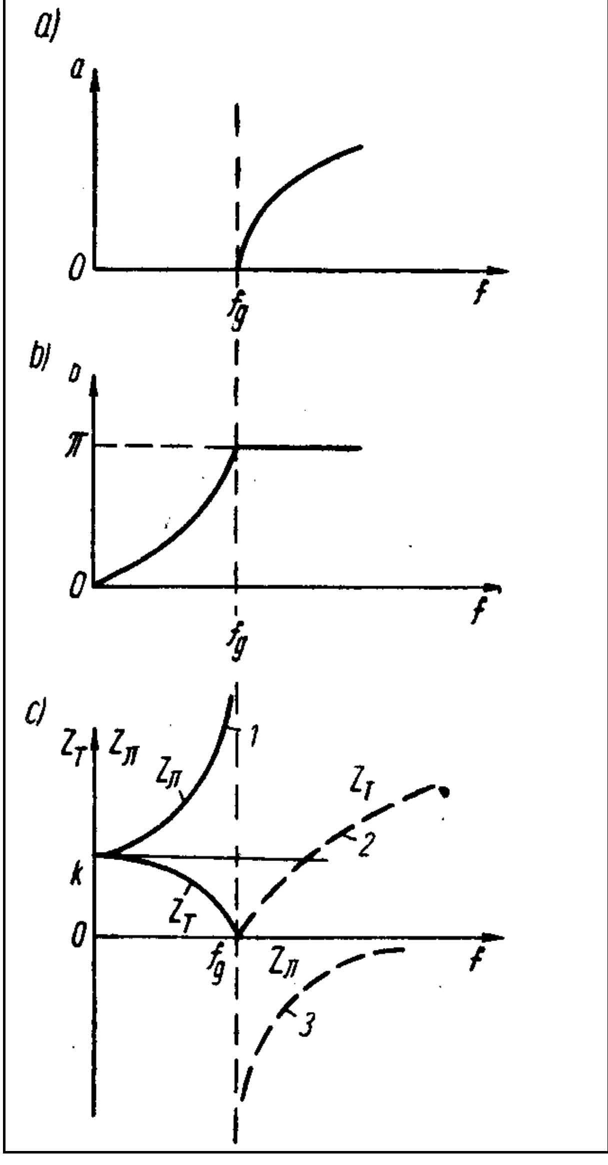
$$\Omega = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 - 1}{\frac{\omega(\omega_{01} - \omega_{02})}{\omega_0^2}} = \frac{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}}{\frac{\omega_{02}}{\omega_0} - \frac{\omega_{01}}{\omega_0}}$$

$$C_1 = \frac{f_{02} - f_{01}}{4\pi k f_{01} f_{02}}$$

$$L_2 = \frac{k(f_{02} - f_{01})}{4\pi f_{01} f_{02}}$$

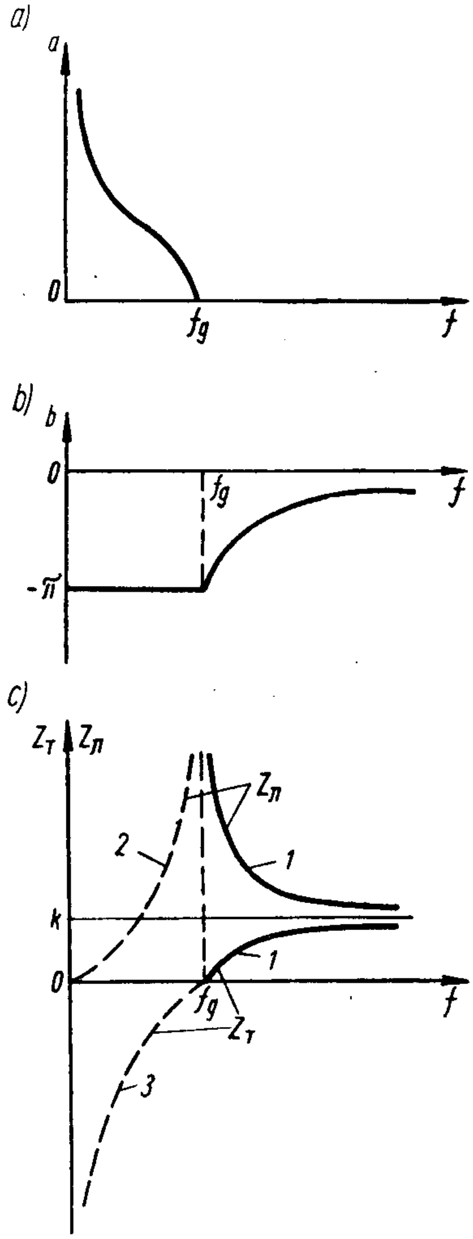
$$C_2 = \frac{1}{\pi k(f_{02} - f_{01})}$$

Charakterystyki częstotliwościowe filtrów typu k.



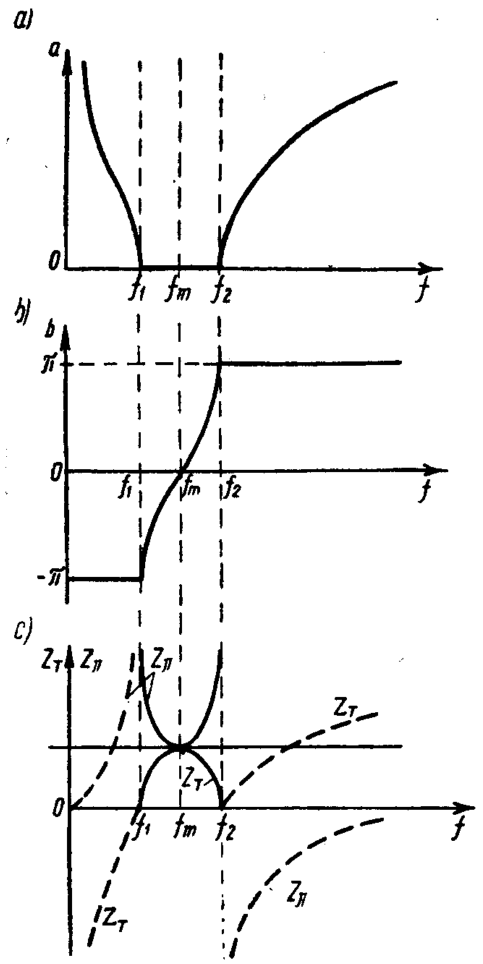
Charakterystyki częstotliwościowe filtru dolnoprzepustowego typu k

a -charakterystyka tłumienia
b - charakterystyka przesunięcia
c - impedancja falowa



Charakterystyki częstotliwościowe filtru górnoprzepustowego typu k

a -charakterystyka tłumienia
b - charakterystyka przesunięcia
c - impedancja falowa



Charakterystyki częstotliwościowe filtru pasmowego typu k

a -charakterystyka tłumienia
b - charakterystyka przesunięcia
c - impedancja falowa

Filtry typu k mają następujące wady:

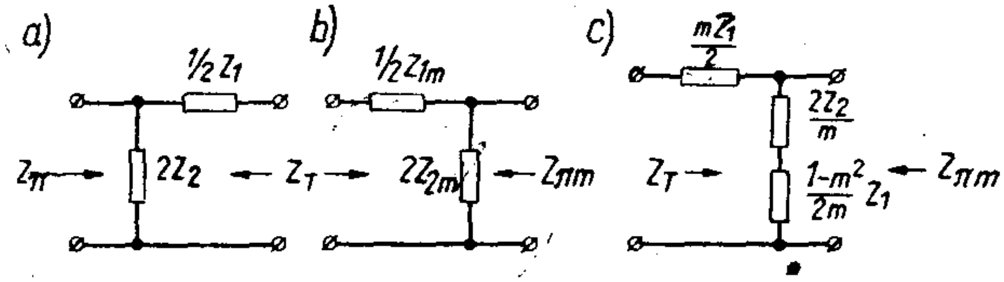
1. Impedancje charakterystyczne Z_T i Z_Π w paśmie przepustowym zmieniają się w zależności od częstotliwości, w wyniku czego udaje się dopasować obciążenie do filtru tylko w ograniczonej części pasma przepustowego.

2. Krzywa tłumienia w pobliżu częstotliwości granicznej ma niewystarczającą stromość, w wyniku czego nie jest zapewnione dokładne oddzielenie częstotliwości. Na granicach pasm przepustowych i tłumieniowych można zwiększać współczynnik tłumienia przez zwiększenie liczby jego ogniw.

Filtry typu m

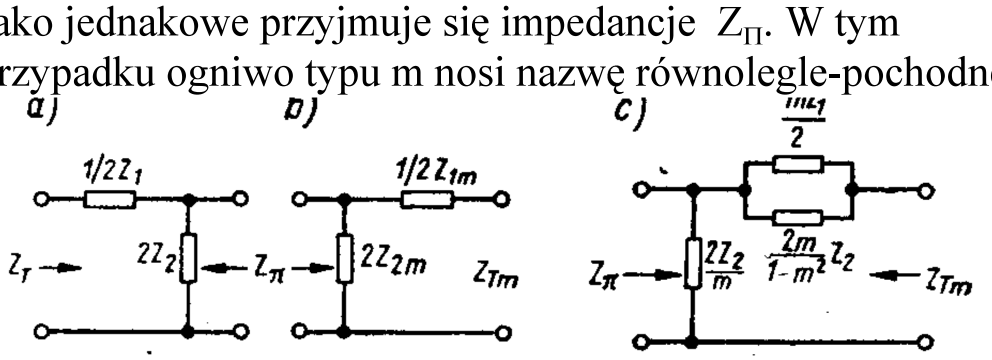
Aby uzyskać najlepsze dopasowanie obciążenia do filtru, konieczne jest zachowanie stałej impedancji charakterystycznej filtru w całym paśmie częstotliwościowym przepustowym. W związku z tym postarajmy się tak zmienić wzdłużną lub poprzeczną gałąź ogniwa Γ typu k, żeby otrzymać nowe ogniwo typu Γ, którego impedancja charakterystyczna mało zmienia się w pasmie przepustowym w funkcji częstotliwości. Druga impedancja charakterystyczna tego ogniwa powinna być równa impedancji charakterystycznej ogniwa wejściowego typu k (zwanego poniżej "prototypem"). Równość impedancji charakterystycznych nowego filtru (tzw. filtru typu m) i prototypu pozwala łączyć je przy wzajemnym dopasowaniu i tworzyć w ten sposób filtry kombinowane kojarzące w sobie zalety filtrów obu typów. Ze względu na to, że prototyp jest typu Γ, ma on dwie impedancje charakterystyczne, możliwe są w danym przypadku dwa warianty filtru kombinowanego.

3. Jako jednakowe przyjmuje się impedancje Z_T. Otrzymane przy tym ogniwo typu m nosi nazwę szeregowo-pochodnego:



Rys.1. Tworzenie ogniwa typu m szeregowo-pochodnego

4. Jako jednakowe przyjmuje się impedancje Z_Π. W tym przypadku ogniwo typu m nosi nazwę równolegle-pochodnego:



Rys. 2. Tworzenie ogniwa typu m równolegle-pochodnego,

Wariant pierwszy

Z warunku równości impedancji charakterystycznych Z_T ogniw pokazanych na rys 1 a i b wynika:

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} = \sqrt{Z_{1m} Z_{2m} \left(1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}\right)}$$

Założmy: $Z_{1m}=mZ_1$ przy czym $0 < m < 1$

Podstawienie dwóch powyższych zależności i rozwiązanie otrzymanego równania względem Z_{2m} daje: $Z_{2m} = \frac{Z_2}{m} + \frac{Z_1(1-m^2)}{4m}$

Jak widać z powyższego wzoru , gałąź poprzeczna ogniwa szeregowego pochodnego Γ typu m, (rys. 1c) składa się z dwóch szeregowo-połączonych impedancji (rysunek 1).

Wariant drugi

Wychodząc z warunku równości impedancji charakterystycznych Z_π w zastosowaniu do schematów podanych na rys. 2 a i b otrzymamy:

$$Z_\Pi = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4 Z_2}}} = \sqrt{\frac{Z_{1m} Z_{2m}}{1 + \frac{Z_{1m}}{4 Z_{2m}}}}$$

Założmy, że $Z_{2m}=Z_2/m$

Po podstawieniu zależności powyższych dwóch zależności rozwiązanie równania względem Z_{2m} daje:

$$\frac{1}{Z_{1m}} = \frac{1}{m Z_1} + \frac{1}{Z_2} \frac{1-m^2}{4m}$$

A zatem ogniwo równolegle pochodne Γ typu m (rys,2 c) składa się z impedancji $mZ_1/2$ i $2Z_2m/(1-m^2)$ połączonych równolegle (rysunek 2).

Impedancje charakterystyczne $Z_{\Pi m}$ (rys. 1) i Z_{Tm}, (rys. 2) wynoszą:

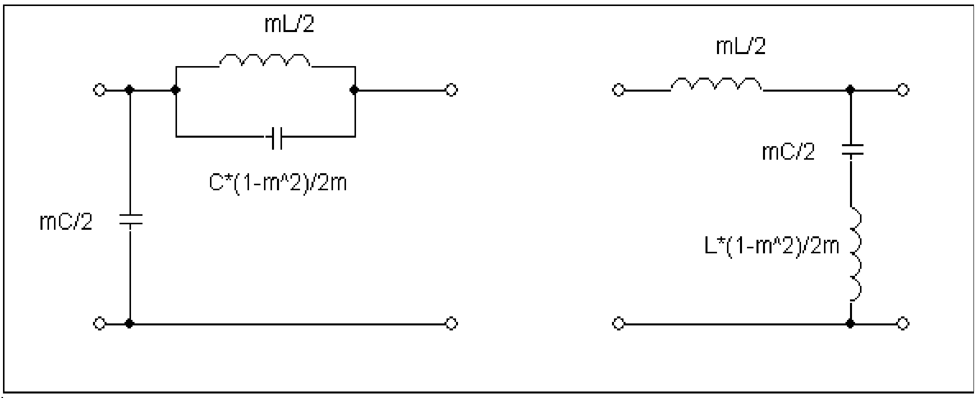
$$Z_{\Pi m} = Z_\Pi \left[1 + (1-m^2)\frac{Z_1}{4 Z_2}\right]$$

$$Z_{Tm} = Z_T \frac{1}{1 + (1-m^2)\frac{Z_1}{4 Z_2}}$$

Oczywista okazuje się zależność

$$\mathbf{Z_{Tm} Z_{\Pi} = Z_T Z_\Pi = k^2}$$

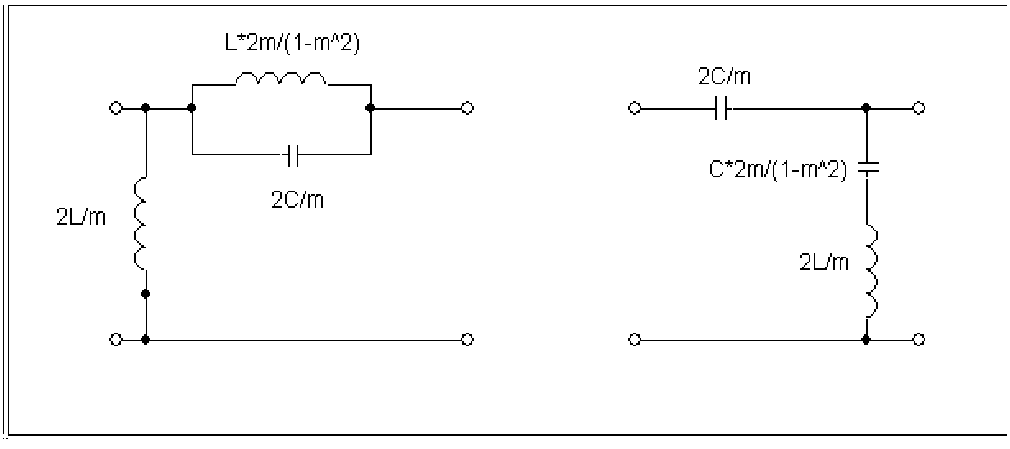
Filtr dolnoprzepustowy typu *m*



Na podstawie rezonansu w gałęzi szeregowej lub równoległej :

$$\left(\frac{\omega_\infty}{\omega_0}\right)^2 = \frac{1}{1-m^2} \qquad \omega_\infty = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-m^2}}$$

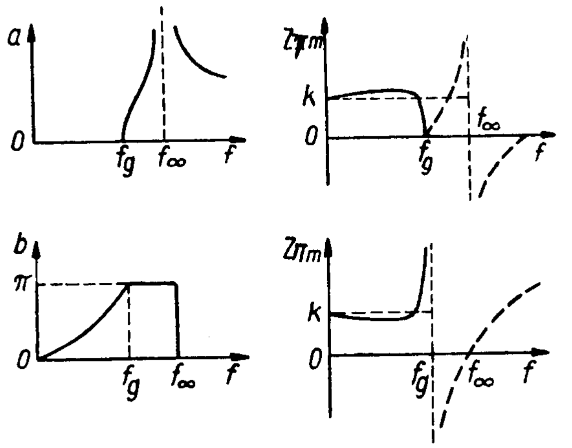
Filtr górnoprzepustowy typu *m*



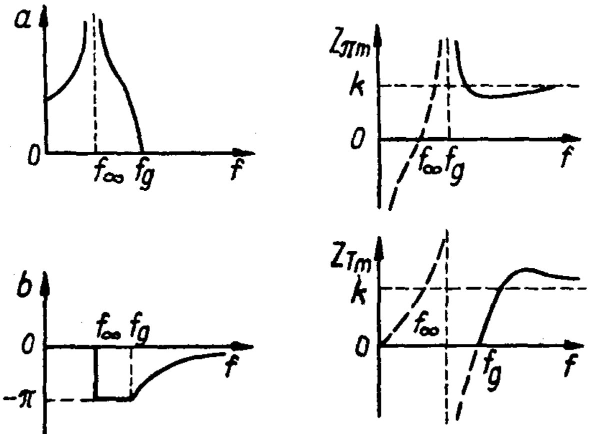
Na podstawie rezonansu w gałęzi szeregowej lub równoległej :

$$\left(\frac{\omega_0}{\omega_\infty}\right)^2 = \frac{1}{1-m^2} \qquad \omega_\infty = \omega_0\sqrt{1-m^2}$$

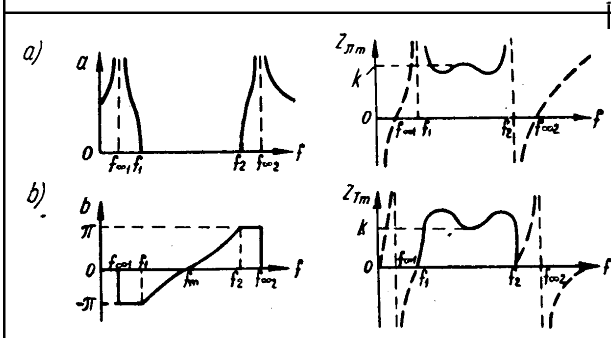
Charakterystyki częstotliwościowe filtrów typu *m*



Charakterystyki częstotliwościowe filtru dolnoprzepustowego typu k
a -charakterystyka tłumienia
b - charakterystyka przesunięcia
Obok impedancje falowe.



Charakterystyki częstotliwościowe filtru górnoprzepustowego typu k
a -charakterystyka tłumienia
b - charakterystyka przesunięcia
Obok impedancje falowe.



Charakterystyki częstotliwościowe filtru pasmowego typu k
a -charakterystyka tłumienia
b - charakterystyka przesunięcia
Obok impedancje falowe.