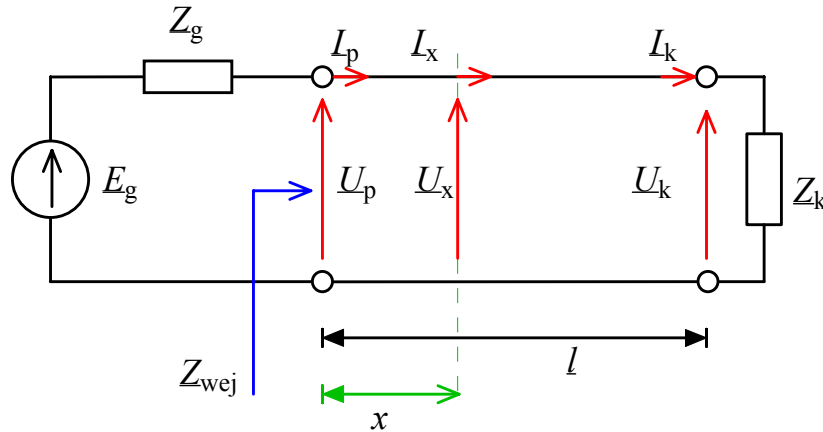


Linia długa w obrazkach

A. Linia długa jako czwórnik



Rys.1 Typowa praca linii długiej.

Podstawowe wielkości

- impedancja falowa $\underline{Z}_f = \sqrt{\frac{\underline{Z}_s}{\underline{Y}_r}}$, $\underline{Z}_s = R_0 + j\omega L_0$, $\underline{Y}_r = G_0 + j\omega C_0$,
gdzie R_0 , G_0 , L_0 , C_0 - parametry jednostkowe linii,
- tamowność charakterystyczną (współczynnik przenoszenia lub propagacji) $\underline{\gamma} = \sqrt{\underline{Y}_r \cdot \underline{Z}_s} = \alpha + j\beta$,
gdzie α - tłumienność, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ - przesuwność (λ - długość fali w linii),
- $\underline{\Gamma}_p = \frac{\underline{Z}_g - \underline{Z}_f}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_f}$, $\underline{\Gamma}_k = \frac{\underline{Z}_k - \underline{Z}_f}{\underline{Z}_k + \underline{Z}_f}$, gdzie odpowiednio $\underline{\Gamma}_p$, $\underline{\Gamma}_k$ to współczynnik odbicia na wejściu i wyjściu linii,
- $wfs = \frac{U_{\max}}{U_{\min}}$ - współczynnik fali stojącej, gdzie U_{\max} , U_{\min} odpowiednio oznaczają maksymalną i minimalną wartość skuteczną napięcia w linii,
- $$\begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\underline{\gamma}l) & \underline{Z}_f \sinh(\underline{\gamma}l) \\ \frac{1}{\underline{Z}_f} \sinh(\underline{\gamma}l) & \cosh(\underline{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_k \\ \underline{I}_k \end{bmatrix} \Big|_{\alpha=0} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & jZ_f \sin(\beta l) \\ \frac{j}{Z_f} \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_k \\ \underline{I}_k \end{bmatrix}$$

napięcie i prąd na początku linii, gdy znane jest napięcie i prąd na końcu,
- $$\begin{bmatrix} \underline{U}_k \\ \underline{I}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\underline{\gamma}l) & -\underline{Z}_f \sinh(\underline{\gamma}l) \\ \frac{-1}{\underline{Z}_f} \sinh(\underline{\gamma}l) & \cosh(\underline{\gamma}l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_p \end{bmatrix} \Big|_{\alpha=0} = \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & -jZ_f \sin(\beta l) \\ \frac{-1}{Z_f} j \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_p \\ \underline{I}_p \end{bmatrix}$$

napięcie i prąd na końcu linii, gdy znane jest napięcie i prąd na początku,
- $$\underline{U}_x = \frac{\underline{E}_g}{1 + \frac{\underline{Z}_g}{\underline{Z}_f}} \frac{e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{\Gamma}_k e^{-\underline{\gamma}(2l-x)}}{1 - \underline{\Gamma}_p \underline{\Gamma}_k e^{-2\underline{\gamma}l}} = \underline{U}_p \frac{e^{-\underline{\gamma}x} + \underline{\Gamma}_k e^{-\underline{\gamma}(2l-x)}}{1 + \underline{\Gamma}_k e^{-2\underline{\gamma}l}},$$
- $$\underline{I}_x = \frac{\underline{E}_g}{\underline{Z}_g + \underline{Z}_f} \frac{e^{-\underline{\gamma}x} - \underline{\Gamma}_k e^{-\underline{\gamma}(2l-x)}}{1 - \underline{\Gamma}_p \underline{\Gamma}_k e^{-2\underline{\gamma}l}} = \frac{\underline{U}_p}{\underline{Z}_f} \frac{e^{-\underline{\gamma}x} - \underline{\Gamma}_k e^{-\underline{\gamma}(2l-x)}}{1 + \underline{\Gamma}_k e^{-2\underline{\gamma}l}},$$

- napięcie i prąd w odległości x od początku linii,

$$\underline{Z}_{wej} = \frac{U_p}{I_p} = \underline{Z}_f \operatorname{tgh} \left(\gamma l + \arctg \left(\frac{\underline{Z}_k}{\underline{Z}_f} \right) \right) \bigg|_{\alpha=0} = \underline{Z}_f \frac{\underline{Z}_k + j \underline{Z}_f \operatorname{tg}(\beta l)}{\underline{Z}_f + j \underline{Z}_k \operatorname{tg}(\beta l)} =$$

$$\underline{Z}_f \frac{1 + \underline{\Gamma}_k e^{-2\gamma l}}{1 - \underline{\Gamma}_k e^{-2\gamma l}} = \underline{Z}_f \frac{1 + \underline{\Gamma}_p}{1 - \underline{\Gamma}_p} - \text{impedancja wejściowa linii.}$$

Ważne przypadki (linia bezstratna $\alpha = 0$):

gdy $l = k \frac{\lambda}{2} \rightarrow \operatorname{tg}(\beta l) = 0$ - linia półfalowa, wówczas $\underline{Z}_{wej} = \underline{Z}_k$,

gdy $l = \frac{\lambda}{4} + k \frac{\lambda}{2} = \frac{(1+2k)\lambda}{4} \rightarrow \operatorname{tg}(\beta l) = \infty$ -

linia ćwierćfalowa, wówczas $\underline{Z}_{wej} = \frac{\underline{Z}_f^2}{\underline{Z}_k}$,

gdy $\underline{Z}_k = \underline{Z}_f$ - linia dopasowana falowo, wówczas $\underline{Z}_{wej} = \underline{Z}_f, \underline{\Gamma}_k = 0, wfs = 1$,

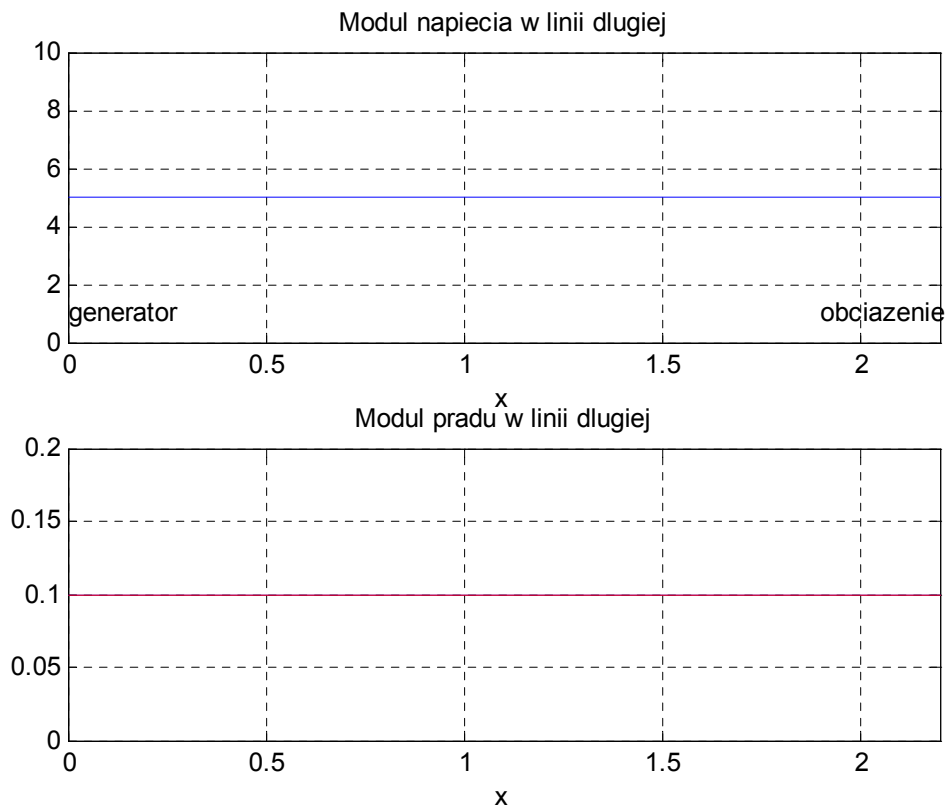
gdy $\underline{Z}_k = 0$ - linia zwarta na końcu, wówczas $\underline{Z}_{wej} = j \underline{Z}_f \operatorname{tg}(\beta l), \underline{\Gamma}_k = -1, wfs = \infty$

gdy $\underline{Z}_k = \infty$ - linia rozwarta na końcu (przypadek niepraktyczny), $\underline{\Gamma}_k = 1, wfs = \infty$,

wówczas $\underline{Z}_{wej} = \frac{\underline{Z}_f}{j \operatorname{tg}(\beta l)} = -j \underline{Z}_f \operatorname{ctg}(\beta l)$.

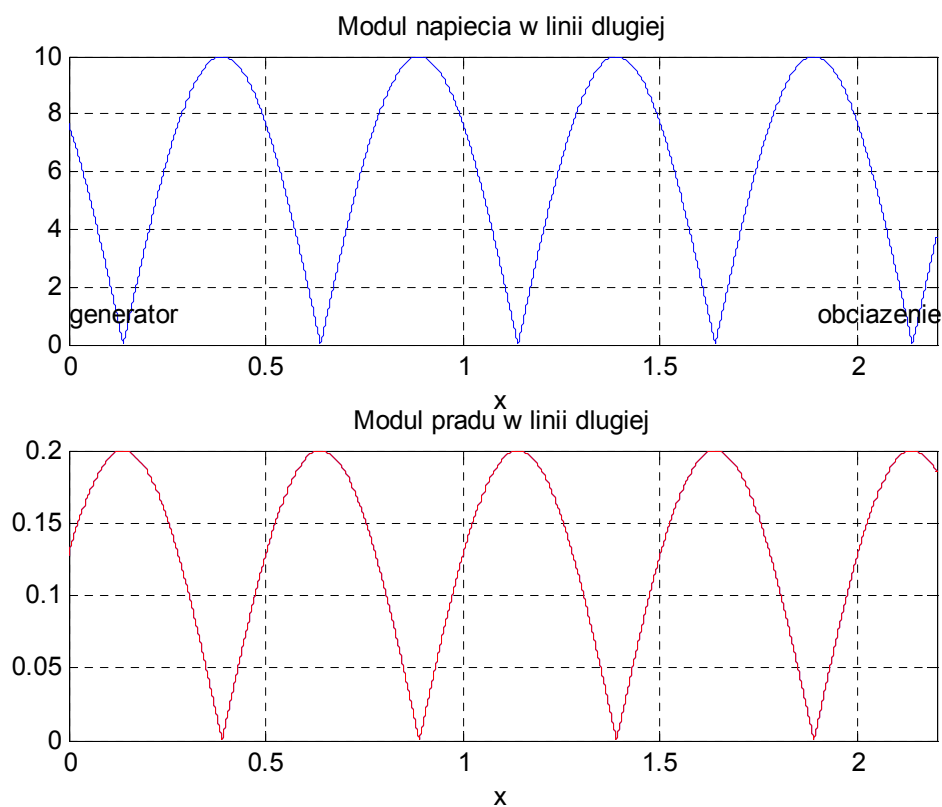
B. Napięcia i prądy w linii długiej (rys.1) – przykłady (linia bezstratna $\alpha=0$, $\underline{Z}_g = 50 \Omega$)

1. Linia dopasowana falowo ($\underline{Z}_f = 50 \Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m, \underline{Z}_k = 50 \Omega$, rys. 2)



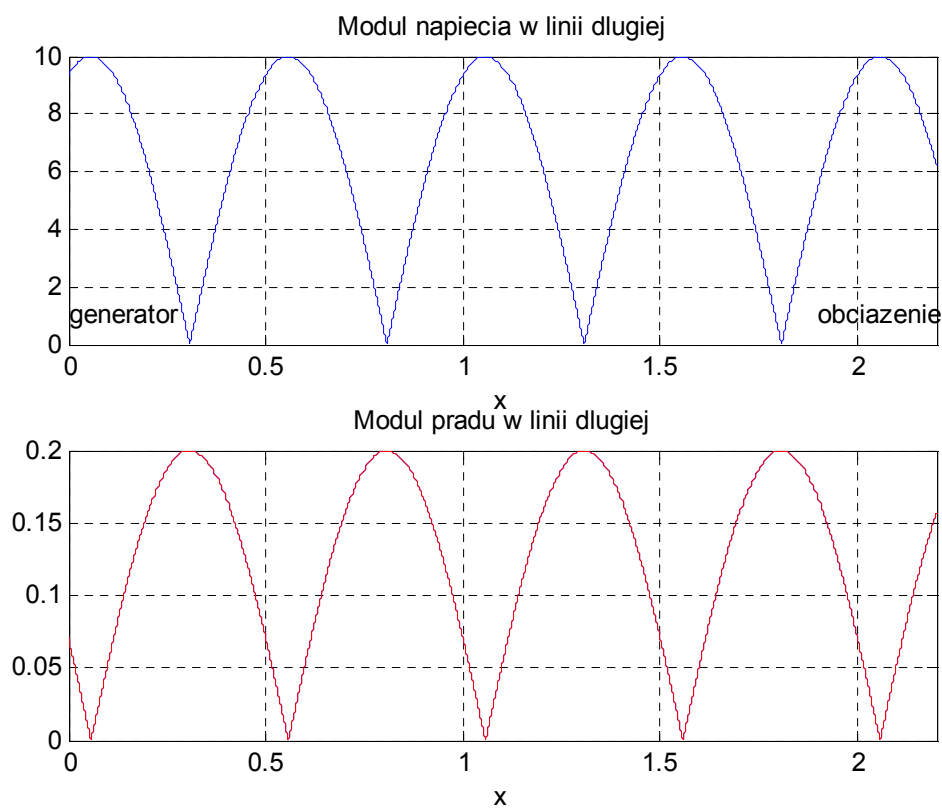
Rys. 2

2. Linia obciążona kondensatorem ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = -20j\Omega$, rys. 3)



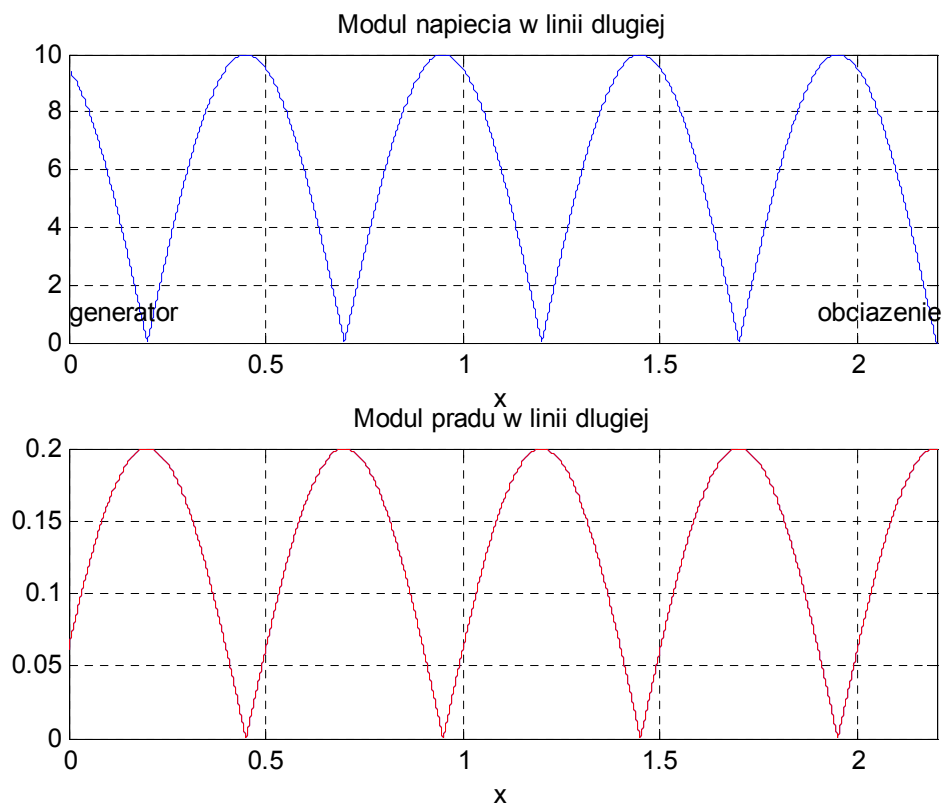
Rys. 3

3. Linia obciążona cewką ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = 40j\Omega$, rys. 4)



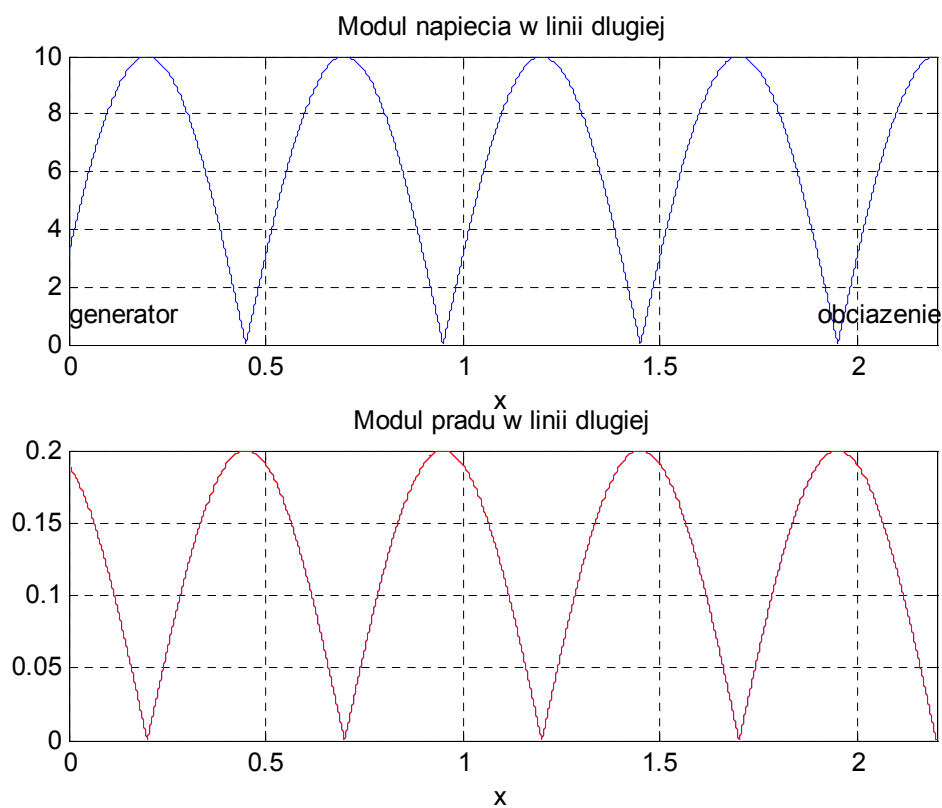
Rys. 4

4. Linia zwarta na końcu ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = 0\Omega$, rys. 5)



Rys. 5

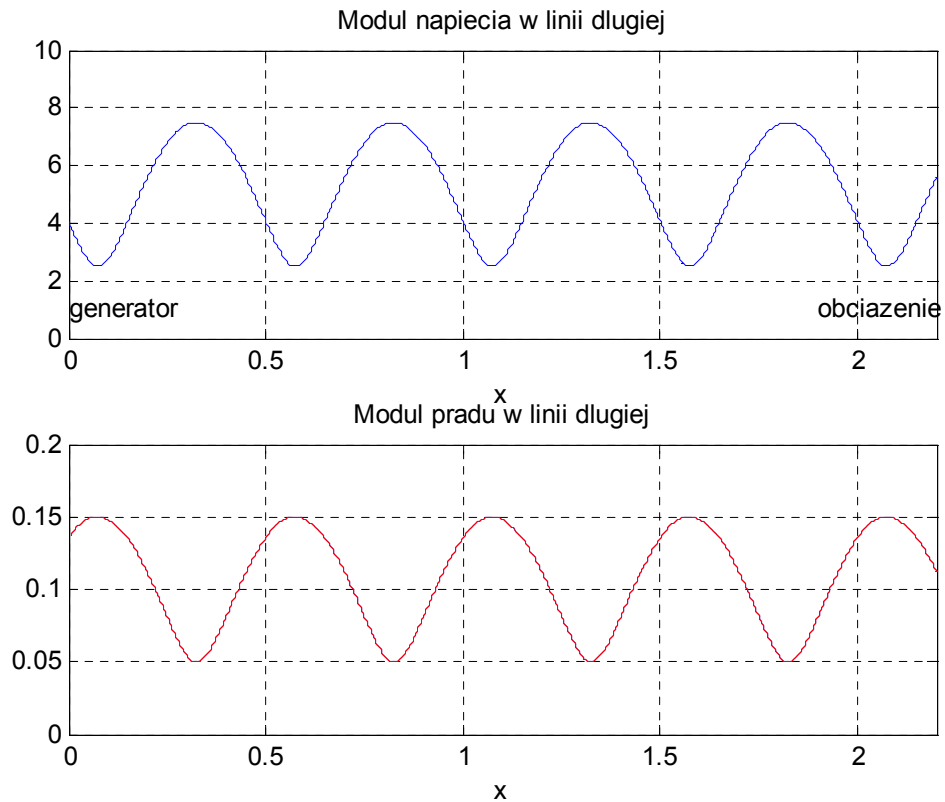
5. Linia rozwarta na końcu ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = \infty\Omega$, rys. 6)



Rys. 6

6. Obciążona impedancją \underline{Z}_k o charakterze pojemnościowym

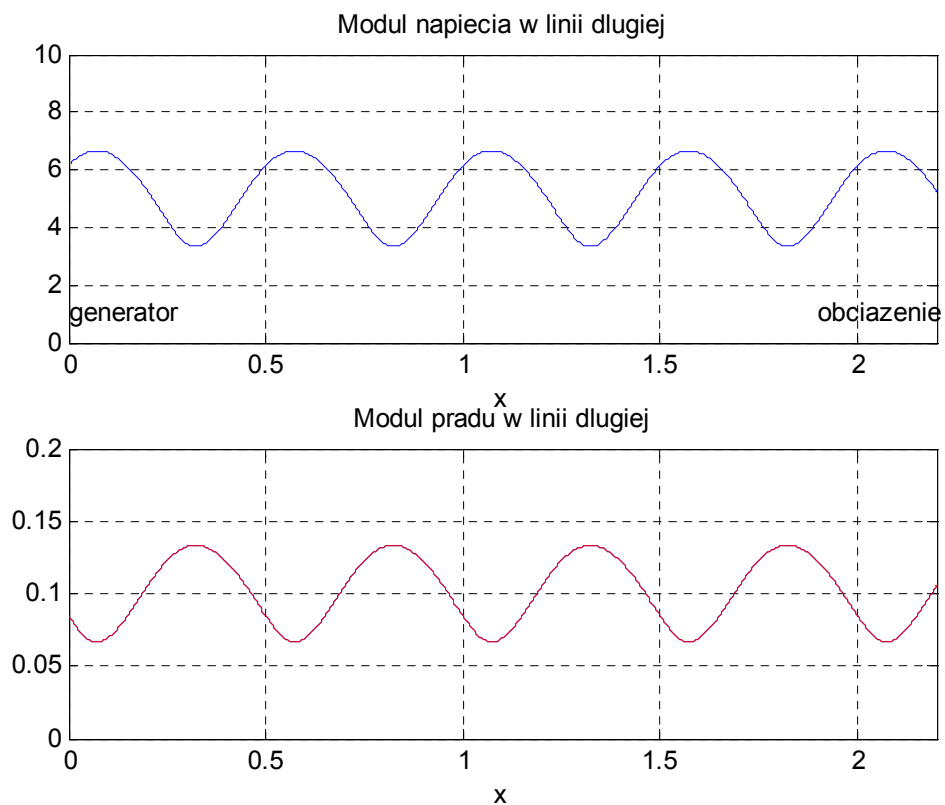
($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = (30 - j40)\Omega$, rys. 7)



Rys. 7

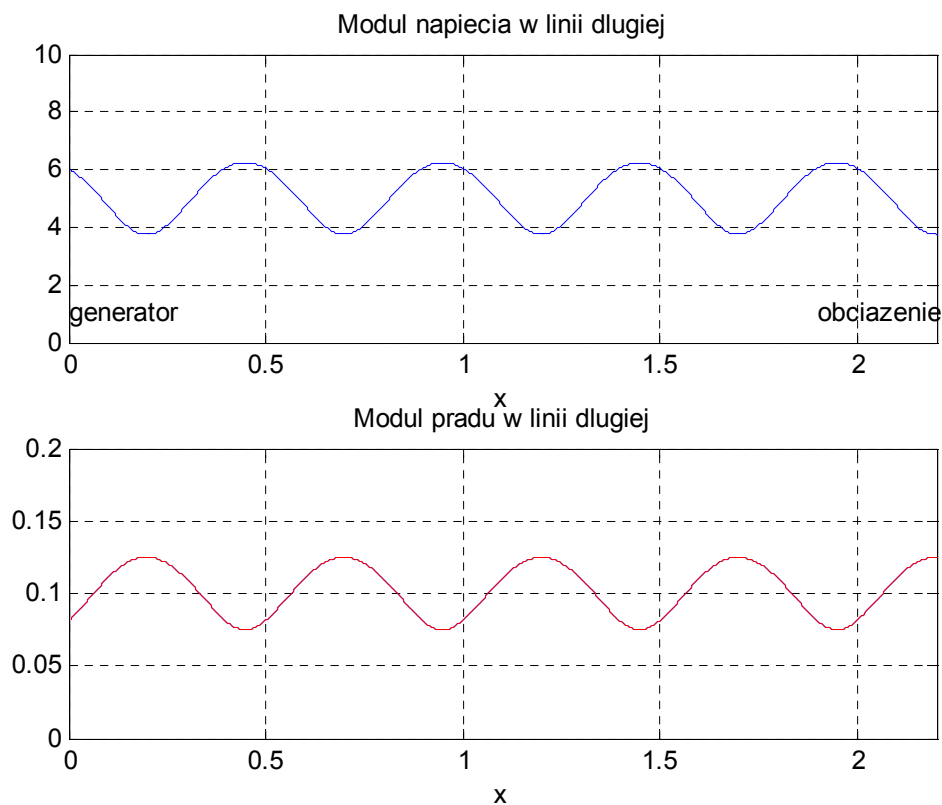
7. Obciążona impedancją \underline{Z}_k o charakterze indukcyjnym

($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = (40 + j30)\Omega$, rys. 8)



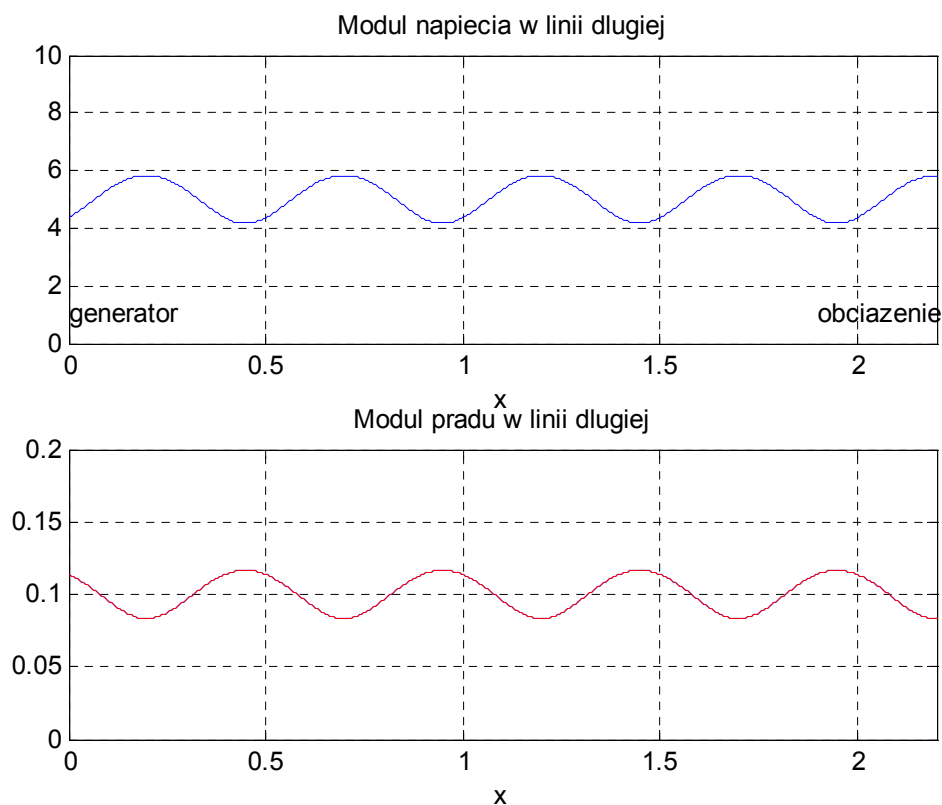
Rys. 8

8. Obciążona impedancją $\underline{Z}_k = R_k < Z_f$ ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = 30\Omega$, rys. 9)



Rys. 9

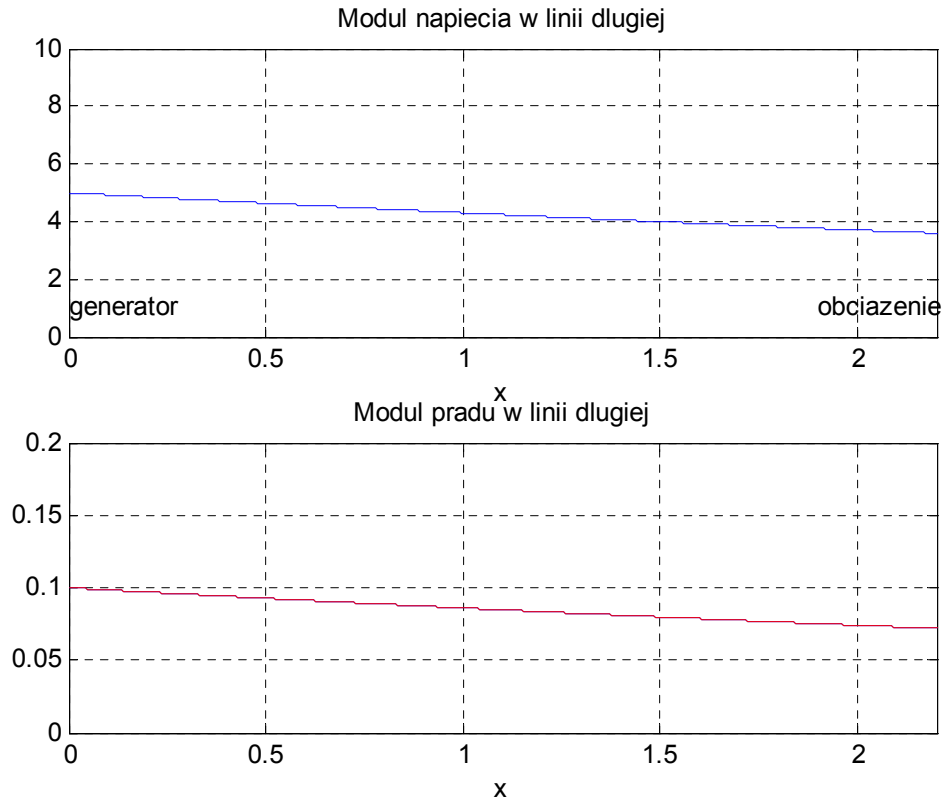
9. Obciążona impedancją $\underline{Z}_k = R_k > Z_f$
 ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = 70\Omega$, rys. 10)



Rys. 10

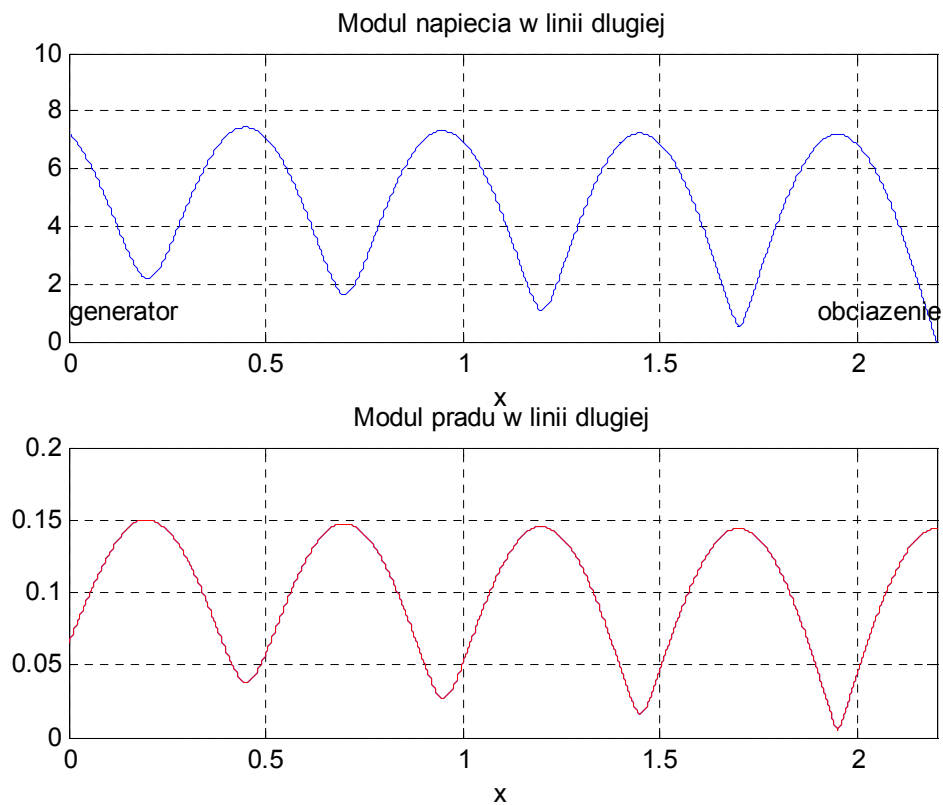
C. Napięcia i prądy w linii długiej (rys.1) – przykłady (linia stratna $\alpha = 0,15 \text{ Np/m}$, $\underline{Z}_g = 50 \Omega$)

1. Dopasowana falowo ($Z_f = 50 \Omega$, $\underline{E}_g = 10 \text{ V}$, $\lambda = 1 \text{ m}$, $l = 2,2 \text{ m}$, $\underline{Z}_k = 50 \Omega$, rys. 11)



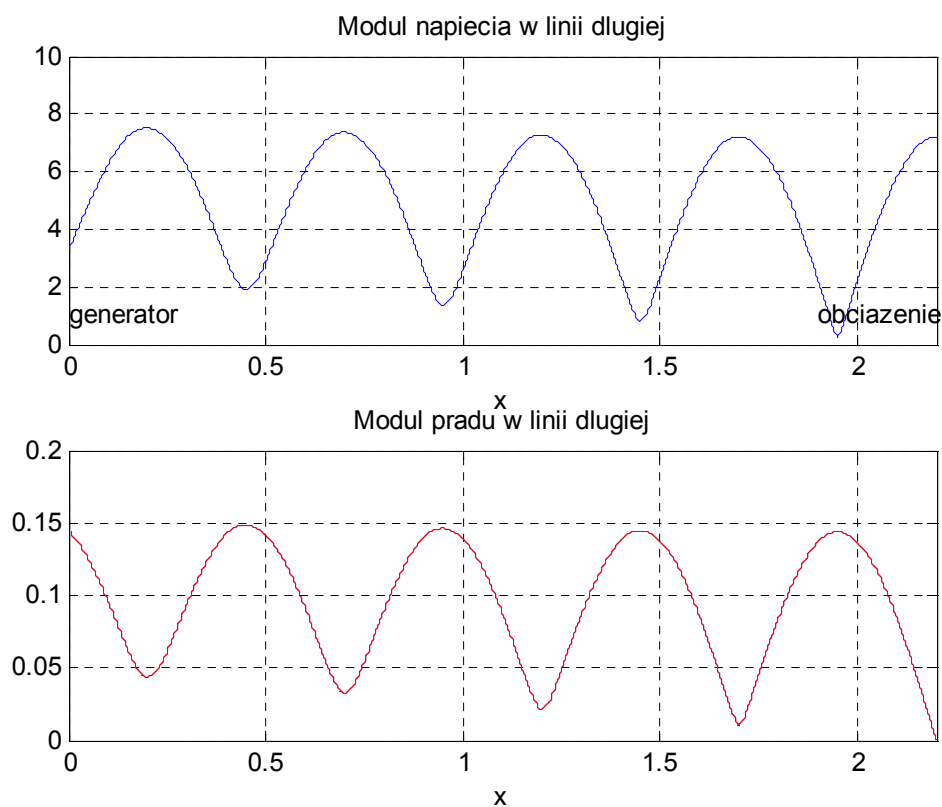
Rys. 11

2. Zwarta na końcu ($Z_f = 50 \Omega$, $\underline{E}_g = 10 \text{ V}$, $\lambda = 1 \text{ m}$, $l = 2,2 \text{ m}$, $\underline{Z}_k = 0 \Omega$, rys.12)



Rys. 12

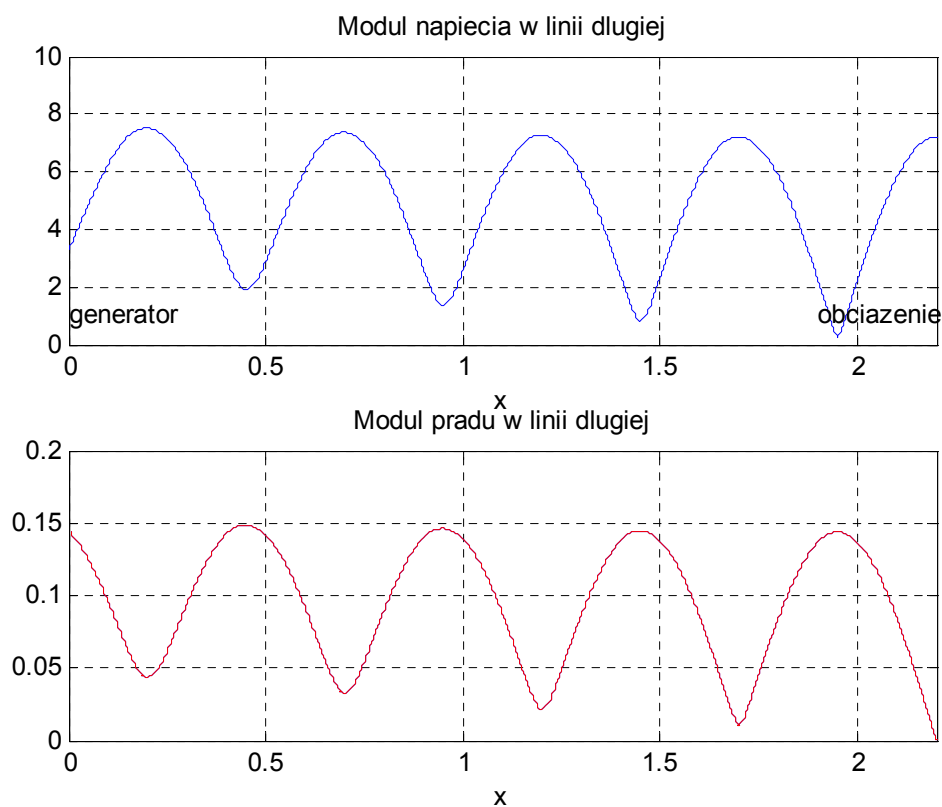
3. Rozwarta na końcu ($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = \infty\Omega$, rys. 13)



Rys. 13

4. Obciążona impedancją \underline{Z}_k np. o charakterze indukcyjnym

($Z_f = 50\Omega$, $\underline{E}_g = 10V$, $\lambda = 1m$, $l = 2,2m$, $\underline{Z}_k = (30 + j40)\Omega$, rys.14)

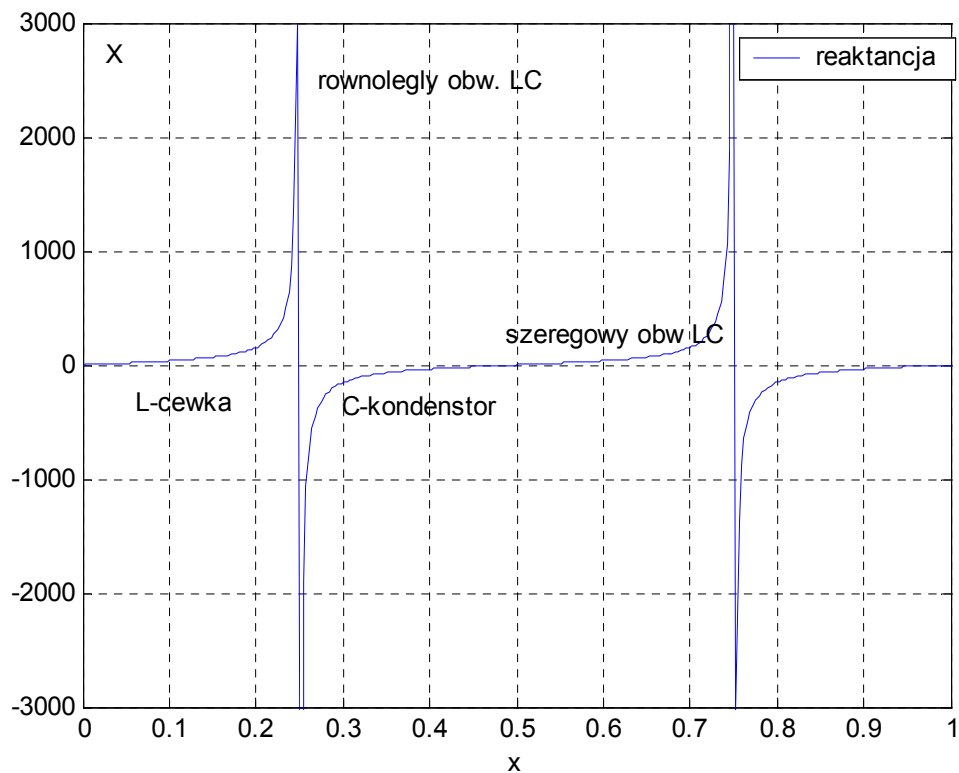


Rys. 14

D. Impedancja wejściowa linii długiej (rys.1) – przykłady

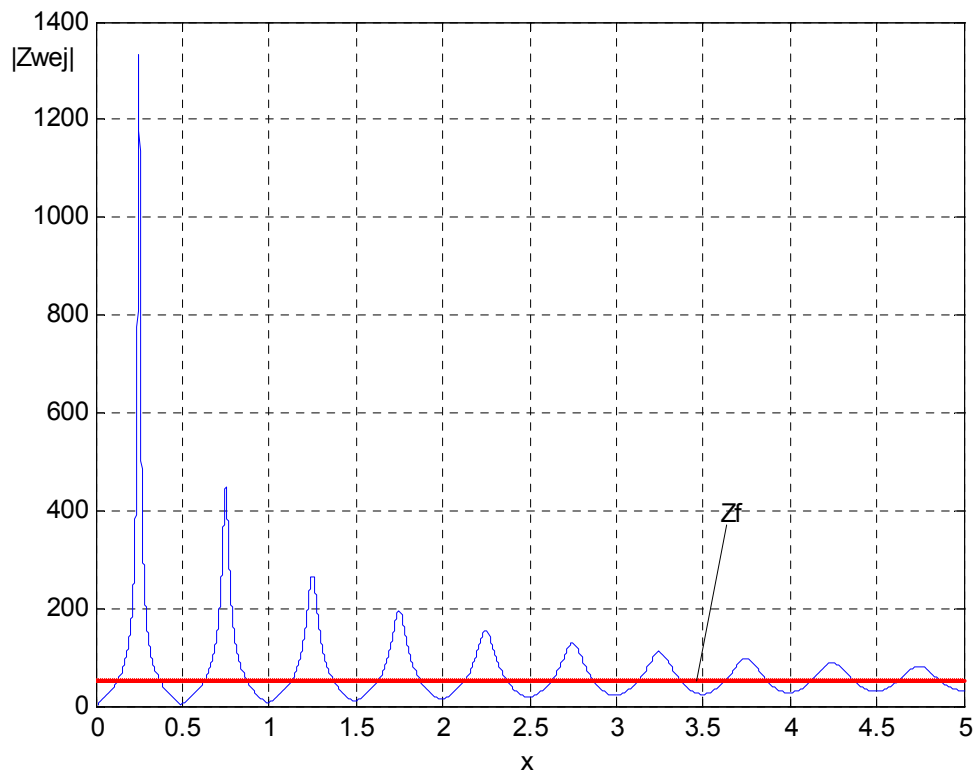
1. Linia bezstratna zwarta na końcu

($\underline{Z}_{wej} = jZ_f \operatorname{tg}(\beta l) = jX$, $Z_f = 50\Omega$, $\lambda = 1m$, $\underline{Z}_k = 0\Omega$, $\alpha = 0$, $\beta = 2\pi$, rys. 15)



Rys. 13

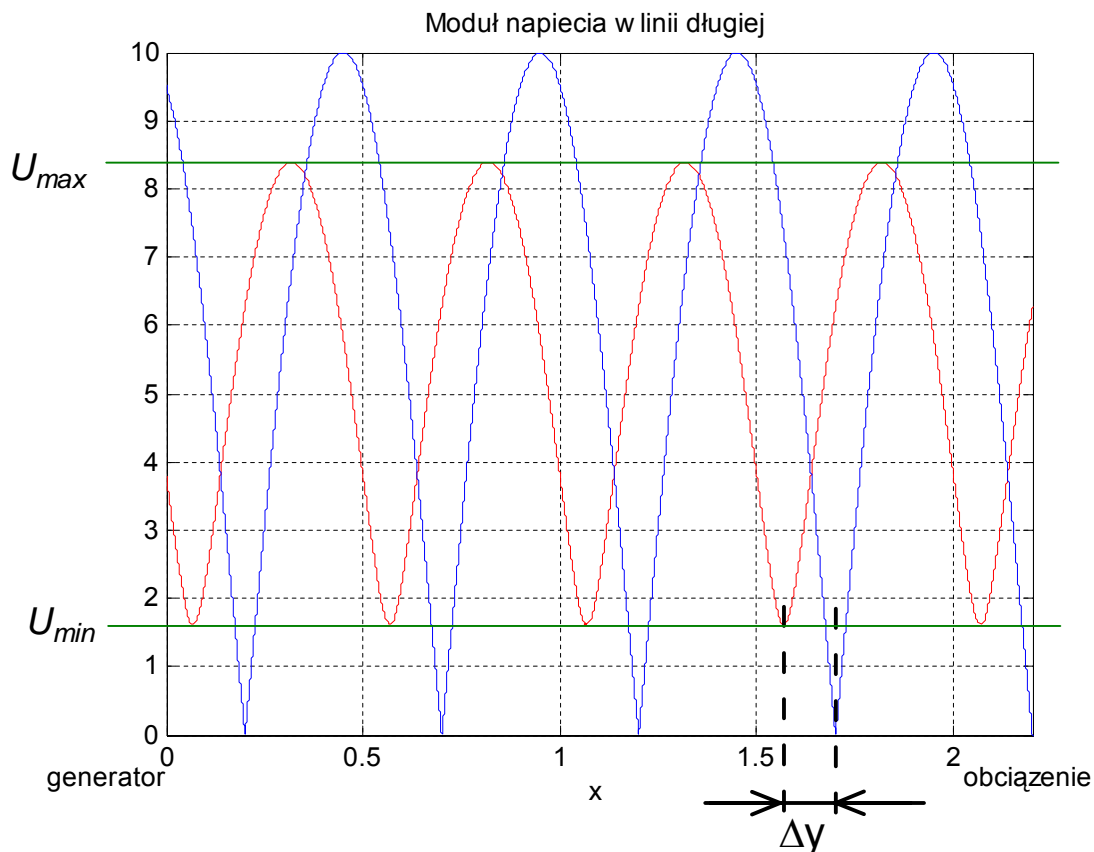
2. Linia stratna zwarta na końcu ($Z_f = 50\Omega$, $\lambda = 1m$, $\underline{Z}_k = 0\Omega$, $\alpha = 0,15$, $\beta = 2\pi$, rys. 16)



Rys. 16

E. Wyznaczanie impedancji obciążenia \underline{Z}_k

Założmy, że znany jest rozkład napięcia w linii w przypadku zwarcia (linia niebieska) i obciążenia nieznaną impedancją \underline{Z}_k (linia czerwona) rys. 17. Linia długa jest bezstratna o $Z_f = 50 \Omega$.



Rys. 17

Procedura przedstawia się następująco:

1. Odczytujemy (rys. 17) następujące wielkości: $U_{\max} = 8,39$, $U_{\min} = 1,61$, $\Delta y = 0,1314$.
2. Wyznaczamy długość fali w linii, wiemy, że dla linii zwartej na końcu odległość między minimami wynosi $\frac{\lambda}{2}$. Zatem w naszym przypadku $\lambda = 1$.
3. Z przesunięcia minimum Δy (dodatnia wartość, jeśli przesuwamy się do generatora) wyznaczamy argument współczynnika $\underline{\Gamma}_k$, tzn. $\theta_k = \pi \left(4 \frac{\Delta y}{\lambda} \pm 1 \right) = \pi \left[4 \frac{0,131}{1} \pm 1 \right] = -0,476\pi$.
4. Z U_{\max} i U_{\min} wyznaczamy współczynnik fali stojącej: $wfs = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{8,39}{1,61} = 5,21$, a następnie moduł współczynnika obicia $\Gamma_k = \frac{wfs - 1}{wfs + 1} = \frac{5,21 - 1}{5,21 + 1} = 0,678$. Zatem $\underline{\Gamma}_k = 0,678e^{-j0,476\pi}$.
5. Wyznaczamy poszukiwaną impedancję obciążenia:

$$\underline{Z}_k = \underline{Z}_f \frac{1 + \underline{\Gamma}_k}{1 - \underline{\Gamma}_k} = 50 \frac{1 + 0,678e^{-j0,476\pi}}{1 - 0,678e^{-j0,476\pi}} = (19,9 - 49,8j) \Omega.$$

Opracował dr Czesław Michalik

20.12.2003 Wrocław

Literatura

J. Wsiowski, J. Szabatin, Podstawy teorii obwodów tom 3' Podręczniki akademickie, WNT 1995
Instrukcja laboratoryjna, Układy o stałych rozłożonych' ZTO, PWR